Ćwiczenie 206.

Temat: Sprawdzanie twierdzenia Steinera za pomocą wahadła fizycznego.

I. Literatura:

1. R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, t. 1, PWN
2. B. Jaworski, A. Dietłaf, Kurs fizyki, t. 1.
3. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki w politechnice, praca zbiorowa pod red. T. Rewaja.
4. Instrukcja obsługi suwmiarki: http://labor.zut.edu.pl/ w zakładce INSTRUKCJE

II. Tematy teoretyczne:

1. Pojęcie bryły sztywnej, wielkości charakteryzujące ruch obrotowy bryły sztywnej, moment bezwładności.
2. Twierdzenie Steinera, ruch drgający prosty, okres drgań wahadła fizycznego.

III. Metoda pomiarowa:

Celem ćwiczenia jest praktyczne sprawdzenie twierdzenia Steinera.
Twierdzenie Steinera ma postać:

$$\boldsymbol{I = I_0 + m \cdot d^2}$$

$\boldsymbol{I_o}$ – moment bezwładności bryły o masie **m** względem osi przechodzącej przez środek masy,
$\boldsymbol{I}$ – moment bezwładności względem innej osi, ale równoległej, do tej wymienionej wyżej,
$\boldsymbol{d}$ – odległość między tymi osiami.

Badanymi przez nas bryłami są tarcza (walec), kula i pręt. Teoretyczne wzory na momenty bezwładności tych brył względem osi przechodzącej przez środek masy mają postać:

dla tarczy: $I_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$; dla kuli: $I_0 = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$; dla pręta: $I_0 = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$

Momenty bezwładności ***I*** tych brył wyznaczamy pośrednio, korzystając z faktu, że bryły te zawieszone na osi i wprawione w ruch drgający stają się równocześnie wahadłami fizycznymi. Ze wzoru na okres drgań wahadła fizycznego wynika, że dla małych drgań moment bezwładności wahadła nietłumionego wynosi:

$$I = \frac{T^2 \cdot m \cdot g \cdot d}{4 \cdot \pi^2}$$

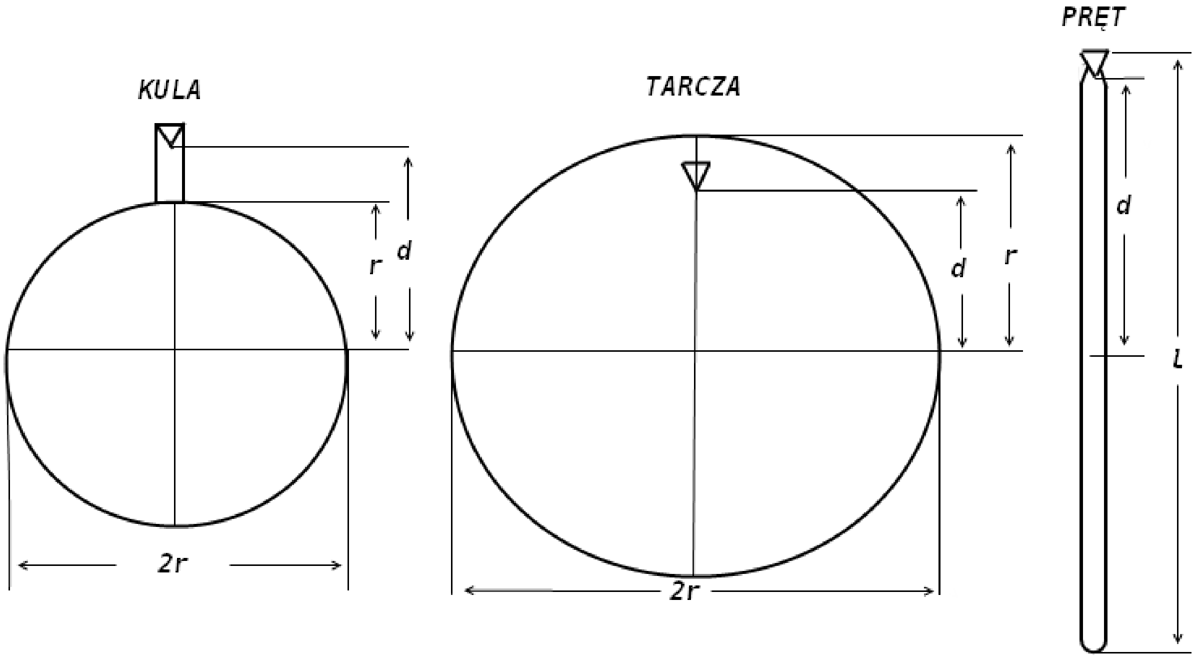
Pewną niedogodnością jest to, że tak utworzone wahadła są wahadłami tłumionymi, a tłumienie to wywołane jest siłą tarcia wahadeł w punkcie zawieszenia, czyli w miejscu, gdzie znajdują się ich osie obrotu. Stąd będą wynikały główne rozbieżności w uzyskanych wynikach.

IV. Zestaw przyrządów:

Trzy wahadła fizyczne (tarcza, kula, pręt), waga, przymiar, suwmiarka, stoper.

V. Wykonanie ćwiczenia:

1. Wyznaczyć masy 3 wahadeł.
2. Zmierzyć następujące wymiary wahadeł:



- średnicę tarczy **2r** i odległość od ostrza do środka tarczy **d** (suwmiarką),
- średnicę kuli **2r** i odległość od ostrza do środka kuli **d** (suwmiarką)

(Odległość d dla kuli wyznaczamy za pomocą pomiarów pośrednich)

- długość pręta ***l*** i odległość od ostrza do środka pręta **d** (przymiarem).

Każdy pomiar powtórzyć trzykrotnie.

3. Zawiesić pierwsze wahadło (tarczę) ostrzem na uchwycie zamocowanym na ścianie.
4. Wychylić wahadło z położenia równowagi o niewielki kąt (kilka stopni) i zmierzyć trzykrotnie czas 10 pełnych wahnięć (1 wahnięcie= tam i z powrotem)
5. Pomiary opisane w punktach **3** i **4** powtórzyć dla pozostałych dwóch wahadeł (kuli i pręta).
6. Zanotować dokładności użytych przyrządów pomiarowych.
7. Wyniki pomiarów i obliczeń zestawić w tabeli (wzór podano na końcu instrukcji).

VI. Opracowanie wyników pomiarów:

1. Obliczyć momenty bezwładności badanych brył oraz ich niepewności względem osi przechodzących przez środki ich mas w oparciu o wzory teoretyczne:

- tarczy: $I_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$ (r- promień tarczy) $u(I_0) = I_0 \cdot \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{2 \cdot u(r)}{r}\right]^2}$

- kuli: $I_0 = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$ (r- promień kuli) $u(I_0) = I_0 \cdot \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{2 \cdot u(r)}{r}\right]^2}$

- pręta; $I_0 = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$ (*l*- długość pręta) $u(I_0) = I_0 \cdot \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{2 \cdot u(l)}{l}\right]^2}$

2. Obliczyć okresy drgań wszystkich trzech wahadeł T= t/n= (czas średni)/(liczba drgań).
3. W oparciu o wzór na okres wahadła fizycznego obliczyć momenty bezwładności względem osi przechodzącej przez punkt zawieszenia i ich niepewności dla trzech badanych brył:

$$I = \frac{T^2 \cdot m \cdot g \cdot d}{4 \cdot \pi^2} \qquad u(I) = I \cdot \sqrt{\left[\frac{2 \cdot u(T)}{T}\right]^2 + \left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{u(d)}{d}\right]^2}$$

4. Wykorzystując twierdzenie Steinera obliczyć momenty bezwładności każdej z brył względem osi przechodzącej przez środek masy oraz ich niepewności:

$$I_{o1} = I - m \cdot d^2 \qquad u(I_{01}) = \sqrt{[u(I)]^2 + [d^2 \cdot u(m)]^2 + [2 \cdot m \cdot d \cdot u(d)]^2}$$

(I – moment bezwładności wyznaczony w punkcie 3 , I_{o1}- moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek masy wyznaczony w oparciu o twierdzenie Steinera)
5. Porównać momenty bezwładności $\boldsymbol{I_0}$ oraz $\boldsymbol{I_{01}}$ dla każdej bryły i ocenić na tej podstawie dla którego wahadła siła tarcia ma największy wpływ na tłumienie drgań

- **Uwagi dotyczące obliczenia niepewności:**

$$u(m) = \frac{\Delta m}{\sqrt{3}}; \quad u(d) = \frac{\Delta d}{\sqrt{3}}$$

$$u(r) = \sqrt{u_A^2(r) + u_B^2(r)} \text{ gdzie: } u_A = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{3}(2r_i - 2\bar{r})^2}{3 \cdot 2}}; \quad u_B(r) = \frac{\Delta r}{\sqrt{3}};$$

$$u(l) = \sqrt{u_A^2(l) + u_B^2(l)} \text{ gdzie: } u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{3}(l_i - \bar{l})^2}{3 \cdot 2}}; \quad u_B(r) = \frac{\Delta l}{\sqrt{3}};$$

$$u(T) = \sqrt{u_A^2(T) + u_{B1}^2(T) + u_{B2}^2(T)} \text{ gdzie:}$$

$$u_A(T) = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{3}(t_i - \bar{t})^2}{3 \cdot 2}}; \quad u_{B1}(T) = \frac{1}{10} \cdot \frac{\Delta t_1}{\sqrt{3}}; \quad u_{B2}(T) = \frac{1}{10} \cdot \frac{\Delta t_2}{\sqrt{3}}$$

(Δt_1-dokładność stopera; Δt_2- podwojony czas reakcji eksperymentatora)
Wartość $\frac{1}{10}$ w powyższych wzorach wynika z pomiaru czasu 10 drgań.

Bryła	*m* [kg]	*2r* lub *l* [m]	*r* lub *l* [m]	*d* [m]	*t* [s]	*n*	*T* [s]	I_0 [kgm^2]	$u(I_0)$ [kgm^2]	I [kgm^2]	I_{01} [kgm^2]	$u(I_{01})$ [kgm^2]
Tarcza						10						
Kula						10						
Pręt						10						