

BADANIE PRAWA ARCHIMEDESA.

I. WSTĘP TEORETYCZNY.

Jak głosi anegdota, grecki uczyony Archimedes otrzymał zadanie aby, bez uszkodzenia przedmiotu, zbadał, czy wykonana przez złotnika korona została wykonana w całości z dostarczonego kruszcu, czy też została sfalszowana, przez dodanie domieszki innych metali. Archimedes rozważał ten problem zażywając kąpieli i zauważył, że gdy wchodził do wanny część wody wylała się. Podniecony swoim odkryciem wyskoczył z wanny, krzycząc słynne „EUREKA”, co znaczy po grecku „odkryłem”. Odkrycie to zostało nazwane prawem Archimedeasa, a jego dzisiejsze sformułowanie brzmi:

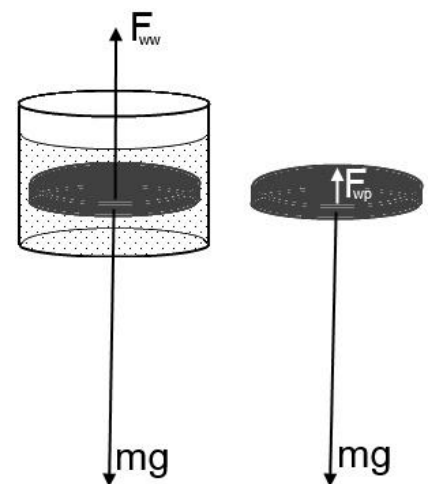
Na każde ciało zanurzone w płynie* działa siła wyporu, skierowana ku górze. Wartość tej siły jest równa ciężarowi płynu którą wyparło zanurzone ciało.

* „PŁYNY” to wspólne określenie dla cieczy i gazów.

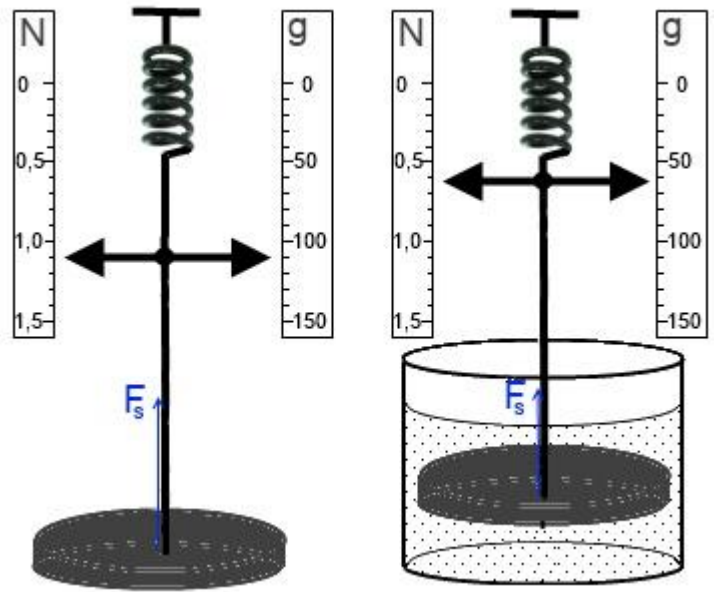
Wracając na chwilę do opisanego anegdoty: jeśli do złota dodano innego metalu, to nawet wtedy, gdy ciężar korony jest taki sam jak ciężar dostarczonego złota, to objętość korony będzie inna, gdyż inny metal ma inną gęstość i objętość wypartej wody będzie inna.

Rozważmy kilka przypadków ciał zanurzonych w cieczy) :

- a) Moneta wrzucona do wody opada na dno wolniej niż ta sama moneta upuszczona w powietrzu. Dzieje się tak, gdyż w cieczy jej ruch w dół (wywołany siłą ciężkości mg) jest spowolniony przez skierowaną ku górze siłę wyporu wody F_{ww} . Wprawdzie powietrze też wywiera siłę wyporu F_{wp} , ale ciężar powietrza o objętości którą zajmuje moneta jest niewielki w stosunku do ciężaru wody o tej samej objętości. Dla prostoty nie uwzględniam sił lepkości cieczy i sił oporu cieczy działających na poruszające się ciało.

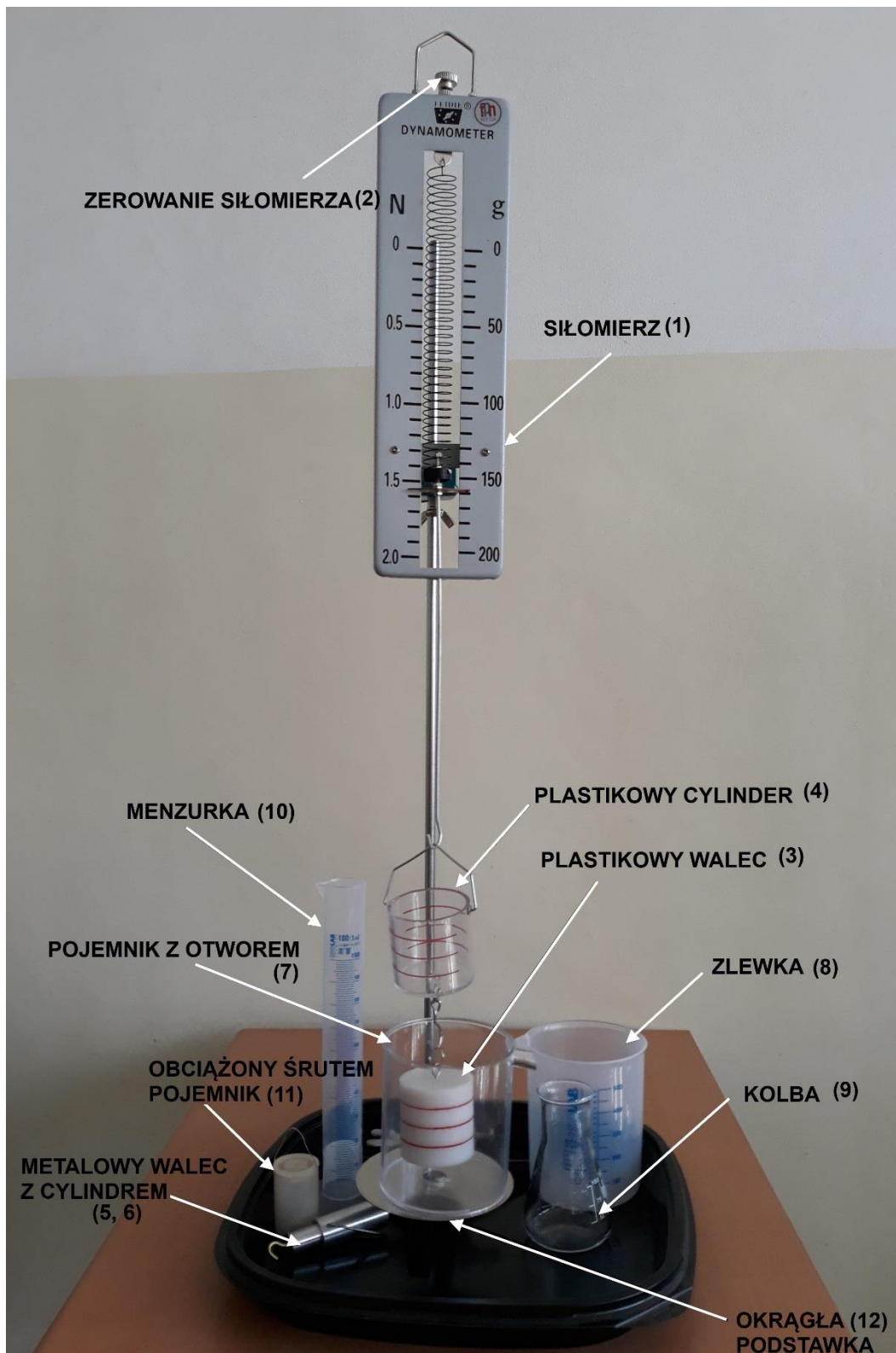


- b) Na tę samą monetę zawieszoną na wadze sprężynowej (siłomierzu) działa dodatkowo ku górze siła sprężystości sprężyny siłomierza. Siła ta równoważy wszystkie pozostałe siły, dlatego moneta wisi nieruchomo. Z pierwszej zasady dynamiki Newtona wynika, że $F_s = mg - F_{ww}$. I to siłę F_s odczytujemy ze skali siłomierza.



Znajomość prawa Archimedesesa pozwala nie tylko wyjaśnić wiele zjawisk fizycznych takich jak pływanie ciał, unoszenie balonu w powietrzu czy zachowanie się cieczy w czasie wrzenia. Pozwala również (wykonamy takie doświadczenie) wyznaczać w prosty sposób gęstość nieznanymi ciał w oparciu o znajomość gęstości cieczy, w której to ciało zanurzamy, a także, bez użycia wagi, wyznaczyć ciężar pływającego ciała.

Na koniec części teoretycznej zagadka. **Co jest cięższe: 1kg żelaza, czy 1 kg styropianu.** I jeśli wydaje się Wam, że odpowiedź jest banalna: „oba ciała ważą tyle samo”, to jesteście w błędzie. Wyjaśnienie na końcu tej instrukcji.



II WYKONANIE ĆWICZENIA.

Powyżej umieściłem zdjęcie zestawu pomiarowego. Dla ułatwienia poszczególne elementy zestawu oznaczyłem numerami. Do tych liczb odnoszę się w poniższym tekście.

Pomiar siły wyporu.

1. Sprawdzamy, czy siłomierz (dynamometr *) **1** jest wyzerowany. Zero siłomierza można skorygować za pomocą pokrętki **2** u góry przyrządu.
2. Wyjmujemy plastikowy walec **3** z cylindrycznego pojemnika **4** i wieszamy go na zaczepie siłomierza. Notujemy wartość ciężaru Q_1 [N].
3. Na okrągłej podstawce **12** umieszczamy plastikowy pojemnik z bocznym otworem i ustawiamy go na takiej wysokości, aby cały walec znajdował się wewnątrz tego naczynia, blisko dna, ale nie dotykając go.
4. Za pomocą zlewki **8** wlewamy do plastikowego pojemnika **7** tyle wody, aby całkowicie zakryła walec. Odczytujemy ze skali siłomierza wartość ciężaru walca w wodzie Q_2 [N].
5. Obliczamy wartość siły wyporu. $F_w = Q_1 - Q_2$.
6. Powtarzamy czynności opisane w punktach 2-5 dla metalowego walca **5**.
7. **Wylewamy wodę z plastikowego naczynia.**

Rodzaj ciała	Ciężar Q_1 [N]	Ciężar Q_2 [N]	Siła wyporu F_w [N]
Plastikowy walec			
Metalowy walec			

A. Sprawdzenie prawa Archimedesesa (czy siła wyporu jest równa ciężarowi wypartej cieczy).

1. Na dynamometrze **1** zawieszamy plastikowy pusty cylinder **4**, a pod nim plastikowy walec **3** o takiej samej objętości jak pojemność cylindra.
2. Na okrągłej podstawie **12** ustawiamy naczynie z bocznym otworem i poluzowując pokrętkę na statywie ustawiamy tak siłomierz, aby walec znajdował się wewnątrz tego naczynia, blisko dna naczynia, ale nie dotykając go.
3. Zapisujemy położenie wskazówki siłomierza Q_1 (w newtonach).
4. Za pomocą zlewki **8** wlewamy do naczynia wodę do chwili aż całkowicie zakryje plastikowy walec.
5. Zapisujemy położenie wskazówki siłomierza Q_2 . Różnica $F_w = Q_1 - Q_2$ jest równa sile wyporu.
6. Aby sprawdzić, czy siła wyporu jest równa ciężarowi wypartej cieczy, do górnego cylindra **4** dolewamy do pełna wody. Pojemność tego cylindra jest dokładnie równa objętości walca zawieszonoego poniżej.
7. Zapisujemy położenie wskazówki siłomierza Q_3 i sprawdzamy, czy wartość ta jest równa Q_1 . W ten sposób udowodnimy, że siła wyporu jest równa ciężarowi wypartej cieczy.
8. Powtarzamy czynności opisane w punktach 1-7 dla metalowego walca i metalowego cylindra.

Rodzaj ciała	Ciężar Q_1 [N]	Ciężar Q_2 [N]	Ciężar Q_3 [N]	Czy $\Delta Q = Q_1 - Q_3 \leq 0,1 N$
Plastikowy walec				
Metalowy walec				

Połowa najmniejszej działki na skali siłomierza wynosi 0,05N i taką niepewnością jest obarczony każdy pomiar siły. Zatem jeśli wartość $\Delta Q = Q_1 - Q_3 \leq 0,1 N^{(1)}$, możemy stwierdzić słuszność prawa Archimedesesa.

⁽¹⁾ Mierzmy dwie siły Q_1 i Q_2 , więc całkowita niepewność = 0,05 N + 0,05 N = 0,1 N

B. Wyznaczanie objętości i gęstości ciała poprzez pomiar siły wyporu działającej na ciało w znanej cieczy.

Przyjmujemy, że gęstość wody wynosi $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$, a przyspieszenie ziemskie $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Wyznaczamy ciężar plastikowego walca w powietrzu i w wodzie tak, jak to opisano w zadaniu A w punktach 1-5.

2. Obliczamy objętość ciała ze wzoru ** :

$$V = \frac{Q_1 - Q_2}{\rho_w \cdot g}$$

3. Obliczamy nieznaną gęstość ciała ρ_x ze wzoru ** :

$$\rho_x = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2} \cdot \rho_w$$

4. Czynności opisane w punktach 1-3 powtarzamy dla walca metalowego.

Rodzaj ciała	Ciężar Q_1 [N]	Ciężar Q_2 [N]	Siła wyporu F_w [N]	Objętość V [m ³]	Gęstość ρ [kg/m ³]
Plastikowy walec					
Metalowy walec					

**Wzory te wyprowadzone są na końcu tej instrukcji

C. Wyznaczanie ciężaru pływającego ciała..

1. Na okrągłej podstawie **12** umieszczamy plastikowy pojemnik **7**, bocznym otworem zwróconym do przodu.
2. Siłomierz podnosimy wysoko na statywie, aby nie przeszkadzał w następnych czynnościach.
3. Pojemnik powoli napełniamy wodą, aż część wody przeleje się przez boczny otwór do kuwety.
4. Gdy wypływ wody ustanie, podstawiamy szklaną kolbę **9** pod otwór wypływowy.
5. Umieszczamy delikatnie w wodzie badane ciało **11** - zamknięty szczelnie pojemnik plastikowy obciążony śrutem.
6. Czekamy kilkadziesiąt sekund aż woda przestanie wylewać się do kolby.
7. Przelewamy zebraną wodę z kolby do menzurki **10** i odczytujemy objętość wody V .
Obliczamy masę m i ciężar Q zebranej wody według wzorów:

Obliczamy masę w gramach: $m[g] = \rho_w \cdot V$;

(Ponieważ objętość mierzymy w cm^3 obliczamy, dla ułatwienia, masę w gramach, a gęstość wody wyrażamy jako $\rho_w = 1 \text{ g}/cm^3$)

Aby obliczyć ciężar w niutonach, musimy teraz masę wyrazić w kilogramach

Przeliczamy masę na kilogramy: $m[kg] = m[g] \cdot \frac{1}{1000}$;

Obliczmy ciężar (siłę): $Q_1 [N] = m[kg] \cdot g$.

8. Z prawa Archimidesa wynika, że ciało pływa po powierzchni wody wtedy, gdy jego ciężar jest równy ciężarowi wypartej wody. Zatem wyznaczając ciężar wypartej wody wyznaczamy równocześnie ciężar pływającego ciała.
9. Wyjmujemy badane ciało z wody, osuszamy je papierowym ręcznikiem i wieszamy na zaczepie siłomierza. Odczytujemy ze skali siłomierza ciężar Q_2 i masę m_2 . Porównujemy otrzymane wartości z wartościami wyliczonej wcześniej masy i ciężaru ciała.

V[cm ³]	Z obliczeń, na podstawie pomiaru objętości cieczy.		Bezpośrednio z siłomierza	
	m ₁ [g]	Q ₁ [N]	m ₂ [g]	Q ₂ [N]

UZUPEŁNIENIA:

1)

* Siłomierz i dynamometr to synonimy. Słowo „dynamometr” wywodzi się od „dyny”- jednostki siły w układzie jednostek CGS. Dyna była używana przed powszechnym wprowadzeniem międzynarodowego układu jednostek SI.

$$1 \text{ dyna} = 1 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{s}^2} = 10^{-5} \text{ N}.$$

** Korzystamy z definicji gęstości ρ ciała: $\rho = \frac{m}{V}$, gdzie m oznacza masę a V objętość ciała.

Oznaczmy ciężar ciała ważonego w powietrzu jako Q_1

Ciężar ciała zanurzonego w wodzie jest oznaczmy jako Q_2 . Ciężar Q_2 jest mniejszy o siłę wyporu i wynosi:

$$Q_2 = Q_1 - F_w = Q_1 - \rho_w \cdot V \cdot g$$

Z tego równania, po przekształceniu wynika, że objętość ciała całkowicie zanurzonego w wodzie wynosi:

$$V = \frac{Q_1 - Q_2}{\rho_w \cdot g}$$

Gęstość ρ_x nieznanego ciała wyznaczmy ze wzoru na ciężar ciała:

$$Q_1 = \rho_x \cdot V \cdot g, \text{ zatem } \rho_x = \frac{Q_1}{V \cdot g}$$

Korzystając z powyższego wzoru na objętość V otrzymujemy ostatecznie wzór:

$$\rho_x = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2} \cdot \rho_w$$

2)

Powszechnie używane wagi wyskalowane są w kilogramach i gramach co mogłoby sugerować, że służą one do pomiaru masy ciał. Nie jest jednak prawda, gdyż wagi te mierzą siłę, jaką badane ciała wywierają na mechanizm wagi. Na Ziemi siła ta zazwyczaj wynosi $Q = m \cdot g$, ale nie uwzględnia ona siły wyporu powietrza, która zazwyczaj jest znikomo mała w porównaniu do ciężaru ciała. Średnia gęstość powietrza to około $\rho_p = 1,2 \text{ kg/m}^3$.

• Gęstość żelaza wynosi 7874 kg/m^3 , zatem 1 kg masy tego metalu zajmuje objętość $V = \frac{m}{\rho} = \frac{1 \text{ kg}}{7874 \text{ kg/m}^3} = 0,000127 \text{ m}^3 = 127 \text{ cm}^3$ (objętość około 1/8 szklanki= 1/8 litra)

Jeśli taką ilość żelaza postawimy na bardzo czułej wadze to waga ta wskaże ciężar

ponmniejszony o siłę wyporu powietrza, czyli około **0,9998 kg**,

co odpowiada $9,998 \text{ N}$. (przyjąłem $g = 10 \text{ m/s}^2$).

Tę różnicę potwierdza wyliczenie:

$$\Delta Q = m \cdot g - \rho_p \cdot g \cdot V = 1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 - 1,2 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 0,000127 \text{ m}^3 \approx \\ \approx 9,998 \text{ N} \rightarrow 0,9998 \text{ kg}$$

(Bo wagi są zazwyczaj wyskalowane w kilogramach i gramach a nie w niutonach)

- Gęstość styropianu można przyjąć jako $40 \frac{kg}{m^3}$, zatem 1kg masy styropianu zajmuje objętość $V = \frac{m}{\rho} = \frac{1 kg}{40 kg/m^3} = 0,025 m^3 = 25 dm^3$ co odpowiada 25 litrom.

Jeśli styropian o masie 1 kg postawimy na bardzo czułej wadze to waga ta wskaże ciężar pomniejszony o siłę wyporu powietrza, czyli około **0,97kg** co odpowiada 9,7 N.

$$\Delta Q = m \cdot g - \rho_p \cdot g \cdot V = 1kg \cdot 10 \frac{m}{s^2} - 1,2 \frac{kg}{m^3} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 0,025 m^3 \approx \approx 9,7 N \rightarrow 0,97kg$$

Różnica ciężarów (wyrażonych w jednostkach masy) żelaza Q_z i styropianu Q_s wynosi:

$$Q_z - Q_s = 0,9998 kg - 0,97kg = 0,0298 kg \approx 30 g$$

Zatem 1 kg żelaza jest cięższy o około 0,3 N (co odpowiada 30 gramom) od 1 kg styropianu.

Oczywiście, jeśli oba ciała wazylibyśmy w próżni, tej różnicy nie byłoby i oba ciała wazyłyby po 10 N !
