

Ćwiczenie Nr 413

Temat: **Pomiar długości fali światła za pomocą siatki dyfrakcyjnej**

I. LITERATURA:

1. F.C.Crawford, Fale, PWN, W-wa 1972.
2. A.Piekara, Nowe oblicze optyki, PWN, W-wa 1968.
3. R.Resnick, D.Halliday, Fizyka, t. 2, PWN, W-wa.
4. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki w politechnice, praca zbiorowa pod redakcją T.Rewaja, PWN, W-wa 1978.
5. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki. Cz II praca zbiorowa pod redakcją I. Kruk i J. Typka. Wydawnictwo Uczelniane PS. Szczecin 2007

II. TEMATY TEORETYCZNE:

1. Fale elektromagnetyczne . Zasada Huygnesa. Dyfrakcja fal świetlnych na różnych obiektach.
2. Sposób zapisu informacji na płycie CD. Płytkę CD jako odbiciową siatkę dyfrakcyjną.

III. METODA POMIAROWA

Równoległa wiązka światła, którego źródłem jest laser, pada prostopadłe na siatkę dyfrakcyjną. Na siatce wiązka ulega ugięciu i pada na ekran, na którym obserwujemy prążki interferencyjne. Długość fali wyznaczamy ze wzoru siatki dyfrakcyjnej:

$$\lambda = \frac{d \sin \alpha_k}{k}, \quad \text{gdzie} \quad \sin \alpha_n = \frac{x_k}{\sqrt{\ell^2 + x_k^2}}$$

$k = 0, 1, 2 \dots$ - rząd ugięcia; d - stała siatki; ℓ - odległość od siatki do ekranu; x_k - odległość między k -tym prążkiem, a prążkiem zerowym (centralnym).
Ostateczny wzór ma postać:

$$\lambda = \frac{d}{k} \cdot \frac{x_k}{\sqrt{\ell^2 + x_k^2}}$$

IV. ZESTAW PRZYRZĄDÓW

1. Laser półprzewodnikowy i siatka dyfrakcyjna.
2. Przymiar liniowy.

V. WYKONANIE ĆWICZENIA

- Umocować obudowę z laserem i siatką w statywie.
- Włączyć laser i ustawić go prostopadle do ekranu na takiej wysokości, aby prążki były widoczne na tle skali.
- Zmierzyć odległość " l " między siatką dyfrakcyjną a ekranem.
- Zmierzyć odległości x_k prążków I, II i III rzędu (rząd prążka $k=1, 2, 3$) na prawo i na lewo od prążka centralnego ($k=0$).
- Pomiary powtórzyć dla trzech różnych odległości " l " między siatką a ekranem.
- Wyniki zestawić w tabelce:

l [m]	k	x [m]	λ_k [nm]	$u(\lambda_k)$ [nm]
	1			
	2			
	3			
	1			
	2			
	3			
	1			
	2			
	3			
$\bar{\lambda}$ [nm]				

- Wyznaczyć niepewności wyznaczenia długości fali korzystając ze wzoru:

$$u(\lambda_k) = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda_k}{\partial x_k}\right)^2 \cdot u^2(x_k) + \left(\frac{\partial \lambda_k}{\partial l}\right)^2 \cdot u^2(l) =}$$

$$= \frac{d}{k} \cdot \frac{1}{z} \cdot \sqrt{u^2(x_k) \cdot \left(1 - \frac{x_k^2}{z^2}\right)^2 + \left(\frac{l \cdot x_k}{z^2}\right)^2 \cdot u^2(l)}$$

we wzorze tym oznaczono

$$z = \sqrt{x_k^2 + l^2}; \quad u^2(x_k) = \frac{(\Delta x_k)^2}{3}; \quad u^2(l) = \frac{(\Delta l)^2}{3}.$$

Δx_k - niepewność wyznaczenia odległości x ; Δl - niepewność wyznaczenia odległości l

- Średnią długość fali $\bar{\lambda}$ (ze względu na różną dokładność poszczególnych pomiarów) należy obliczyć jako średnią arytmetyczną ważoną:

$$\bar{\lambda} = \frac{\sum w_i \cdot \lambda_i}{\sum w_i} = \frac{\frac{\lambda_1}{u^2(\lambda_1)} + \frac{\lambda_2}{u^2(\lambda_2)} + \dots + \frac{\lambda_n}{u^2(\lambda_n)}}{\frac{1}{u^2(\lambda_1)} + \frac{1}{u^2(\lambda_2)} + \dots + \frac{1}{u^2(\lambda_n)}}$$

gdzie n – liczba pomiarów

9. Obliczyć niepewność średniej ważonej $u(\bar{\lambda})$:

$$u(\bar{\lambda}) = \frac{1}{\sqrt{\sum w_i}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{u^2(\lambda_1)} + \frac{1}{u^2(\lambda_2)} + \dots + \frac{1}{u^2(\lambda_n)}}}$$

10. Wynik końcowy przestawić jako $\lambda = \bar{\lambda}(u(\bar{\lambda}))$.

[Np. $x=71(5)$ oznacza, że $\bar{x} = 71$ a $u(\bar{x}) = 5$]

Ćwiczenie 413a.

Temat: **Wyznaczenie odległości między ścieżkami zapisu na płycie CD i oszacowanie rozmiarów obszaru wykorzystywanego do zapisu jednego bitu informacji.**

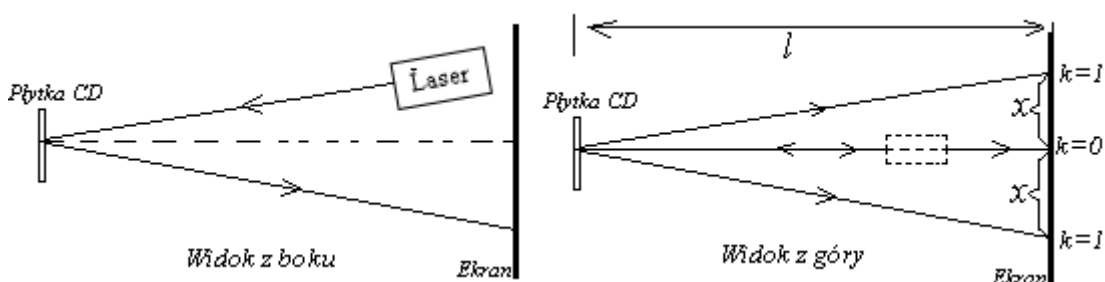
I. TEMATY TEORETYCZNE.

1. Sposób zapisu informacji na płycie CD.
2. Płytkę CD jako odbiciową siatkę dyfrakcyjną.
3. Instrukcja obsługi suwmiarki: <http://labor.zut.edu.pl/> w zakładce INSTRUKCJE.

Typowy krążek CD można potraktować jak odbiciową siatkę dyfrakcyjną. Stała tej siatki odpowiada odległości między ścieżkami z zapisaną informacją. Ścieżki te mają kształt współśrodkowych okręgów. Każda zapisana ścieżka składa się z odcinków bardzo dobrze odbijających światło (nie zapisanych) oraz słabo odbijających światło (zapisanych). Pierwszy z nich odpowiada logicznemu zeru, drugi logicznej jedynce. Informacje na płycie zapisane są w postaci cyfrowej w systemie binarnym (dwójkowym) i powstają np. w procesie wypalania określonych obszarów promieniem lasera (w domowych nagrywarkach płyt).

II. METODA POMIAROWA.

Znając długość fali światła używanego lasera (wyznaczoną w I części ćwiczenia) można wyznaczyć stałą siatki dyfrakcyjnej, jaką jest w tym wypadku płytkę CD. Metoda pomiaru jest podobna jak poprzednio, lecz tym razem dyfrakcji ulega światło odbite od siatki, a nie przechodzące przez siatkę. Dlatego laser umieścimy tym razem przy ścianie (wykorzystywanej tu jako ekran) i oświetlimy nim umocowaną w statywie badaną płytkę. Na ścianie powstaje obraz dyfrakcyjny w postaci prążków. Wyraźne są prążki zerowego i pierwszego rzędu i tylko te będziemy badać.



Wyprowadzenie wzoru:

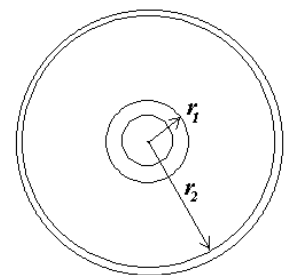
1. Będziemy mierzyć:
 - odległość między płytką a ekranem (odcinek l) oraz
 - odległość między prążkami pierwszego rzędu a prążkiem zerowym (odcinki x).
2. Wyznamy sinus kąta α , a z wzoru siatki dyfrakcyjnej (dla $k=1$) stałą siatki d (czyli odległość między ścieżkami):

$$\lambda = \frac{d}{k} \cdot \frac{x_k}{\sqrt{l^2 + x_k^2}}$$

Czyli
$$d = \frac{\lambda}{x} \cdot \sqrt{l^2 + x^2} \quad (\text{dla } k=1)$$

3. Liczbę ścieżek n wyznaczmy dzieląc szerokość używanego do zapisu obszaru Δr przez stałą siatki d .

$$n = \frac{\Delta r}{d} = \frac{r_2 - r_1}{d}$$



(r_1 i r_2 to promienie wewnętrznej i zewnętrznej części obszaru z danymi- patrz rysunek obok).

4. Obliczymy teraz średnią długość jednej ścieżki s , przyjmując średni promień

ścieżki jako $\bar{r} = \frac{r_2 + r_1}{2}$

Wtedy:
$$s = 2 \cdot \pi \cdot \bar{r}$$

5. Całkowitą długość y wszystkich ścieżek obliczymy jako iloczyn długości jednej ścieżki s i liczby wszystkich ścieżek n :

$$y = n \cdot s$$

6. Typowa płytkę CD ma pojemność 650Mb informacji. Oznacza to, że można na niej pomieścić :

$$m = 650 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 8 = 5452595200 \approx 5,5 \cdot 10^9 \text{ bitów informacji.}$$

(Jeden 1MB to 1024kB, 1kB to 1024 bajty, a 1 bajt to 8 bitów)

7. Dzieląc długość wszystkich ścieżek y przez liczbę bitów m i jeszcze dzieląc wszystko przez dwa (przyjmujemy, że odstęp między kolejnymi bitami jest taki sam, jak dystans zajmowany przez 1 bit) otrzymamy szacunkową długość b odcinka ścieżki potrzebną do zapisania jednego bitu informacji:

$$b = \frac{y}{m \cdot 2}$$

Po wyjaśnieniu metody rozumowania, można napisać całosciowy wzór końcowy:

$$b = \frac{y}{m \cdot 2} = \frac{n \cdot s}{2 \cdot m} = \frac{\frac{r_2 - r_1}{d} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{r_2 + r_1}{2}}{2 \cdot m} = \frac{\pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)}{2 \cdot m} \cdot \frac{1}{d} \approx \frac{\pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)}{11 \cdot 10^9} \cdot \frac{1}{d}$$

III. KOLEJNOŚĆ CZYNNOŚCI.

- Umocować laser w statywie umieszczonym na ścianie.
- Umieścić płytkę CD w stojaku stroną zapisaną skierowaną ku laserowi, równoległe do ściany.
- Włączyć laser i skierować jego promień prążek na płytkę CD w połowie jej wysokości tak, aby prążki na ścianie ułożyły się poziomo na przymocowanym do ściany pryzmiarze.
- Zmierzyć odległość l między płytką a ekranem (pryzmiarem).
- Zmierzyć odległości x pomiędzy prążkiem zerowym a prążkiem pierwszym (na prawo i lewo od prążka zerowego).
- Czynności z punktów 3-5 powtórzyć dla trzech różnych odległości l .
- Zmierzyć suwmiarką średnice zapisanego obszaru płytki: wewnętrzną D_1 oraz zewnętrzną D_2 i obliczyć promienie $r_1 = D_1/2$ i $r_2 = D_2/2$ (pokazane na rysunku przy opisie metody pomiarowej). Pomiar powtórzyć trzykrotnie i obliczyć średnie wartości tych promieni

Wyliczyć stałą d siatki-płytki CD z wzoru $d = \frac{\lambda \cdot \sqrt{l^2 + x^2}}{x}$ i oszacować niepewność jej wyznaczenia. Można, z pewnym uproszczeniem, przyjąć niepewność maksymalną jako:

$$\Delta d \approx d \cdot \left[\frac{\Delta \lambda}{\lambda} + \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta l}{l} \right]$$

- Obliczyć długość b odcinka ścieżki potrzebną do zapisania jednego bitu

informacji korzystając z wzoru $b \approx \frac{\pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)}{11 \cdot 10^9} \cdot \frac{1}{d}$

- Oszacować dokładność wyznaczenia odcinka obliczając jej niepewność maksymalną: (liczba $11 \cdot 10^9$ jest również podana z przybliżeniem – jej niepewność to ok. $0,05 \cdot 10^9$). Przy szybkim szacowaniu wyników oceniamy zazwyczaj subiektywnie maksymalne niepewności pojedynczych pomiarów (w tym przypadku dokładność pomiaru x , l , r_1 i r_2) pamiętając, że lepiej przyjąć te dokładności z pewnym nadmiarem niż zbyt małe. Dokładniej na ten temat: Lit.5 str. 173.

$$b_{\max} = \frac{\pi \cdot [(r_2 + \Delta r_2)^2 - (r_1 - \Delta r_1)^2]}{(d - \Delta(\bar{d})) \cdot (11 - 0,05) \cdot 10^9}, \quad b_{\min} = \frac{\pi \cdot [(r_2 - \Delta r_2)^2 - (r_1 + \Delta r_1)^2]}{(d + \Delta(\bar{d})) \cdot (11 + 0,05) \cdot 10^9}$$

$$u(b) = \frac{b_{\max} - b_{\min}}{2}$$

- Wyniki umieścić w tabeli:

λ	l	x	x_{sr}	d	d_{sr}	$u(d)$	r_1	r_2	b	$u(b)$

$\Delta x = \dots$

$\Delta l = \dots$

$\Delta r_1 = \dots$

$\Delta r_2 = \dots$