

Ćwiczenie 224.

Temat: Pomiar prędkości grawitacyjnych fal wodnych.

I. Literatura:

1. Opracowanie do ćwiczenia „Fale na powierzchni wody”, czytelnia FiM
2. A. Januszajtis - Fizyka dla politechnik, tom III: Fale, § 12 i 13.

II. Tematy teoretyczne:

1. Fale i ich własności, powierzchniowe fale wodne, zjawisko dyspersji dla fal wodnych, napięcie powierzchniowe, prawo powszechnego ciężenia.
2. Pojęcie prędkości fazowej i grupowej.

III. Cel ćwiczenia:

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie zależności prędkości grawitacyjnych fal wodnych na płytkiej wodzie od głębokości zbiornika i porównanie jej z teoretyczną zależnością dla tych fal.

IV. Metoda pomiarowa:

Prędkość sinusoidalnej fali grawitacyjnej na płytkiej wodzie opisuje równanie:

$$v = \sqrt{g \cdot h}$$

gdzie g jest przyspieszeniem ziemskim, a h głębokością wody.

Dla fal niesinusoidalnych wzór ten należy zmodyfikować. Doświadczenie pokazuje, że wystarczy nieznacznie zmodyfikować to równanie w ten sposób, aby przed pierwiastkiem pojawił się stały czynnik, nieznacznie różny od 1, a wykładnik potęgowy wartości głębokości wody nieznacznie różnił się od 0,5. Dlatego wyniki pomiarów aproksymować będziemy równaniem

$$v = c_1 \cdot \sqrt{g \cdot h^{c_2}} \quad (*)$$

gdzie $c_1 \approx 1$, natomiast $c_2 \approx 0,5$.

Prędkość fali wodnej v obliczamy z równania $v = \frac{l}{t}$, gdzie l jest drogą przebytą przez falę (wielokrotnością długości zbiornika: $l = n \cdot l_0$), a t czasem, w którym fala przebywa odległość l . Głębokość wody h w zbiorniku można zmierzyć bezpośrednio linijką, ale większą dokładność uzyskamy wyznaczając ją ze znajomości objętości cieczy V w zbiorniku i jego pola podstawy S : $h = \frac{V}{S}$.

Ponieważ wymiary podstawy zbiornika są następujące:

długość $l_0 = 1,265\text{m}$, szerokość $c = 0,226\text{ m}$, zatem $S = l_0 \cdot c = 28,583\text{ dm}^2$.

dlatego głębokość wody wyznaczać będziemy z równania:

$$h[\text{m}] = V[\text{dm}^3] \cdot \frac{1}{285,83} = V[\text{dm}^3] \cdot 3,498 \cdot 10^{-3} \quad u(h) \approx h \cdot \frac{u(V)}{V}$$

gdzie V jest objętością wody wlanej do zbiornika ($1000\text{ cm}^3 = 1\text{ dm}^3 = 1\text{ liter}$). Niepewności związane z wymiarami kuwety są znikome, więc można je pominąć.

IV. Zestaw pomiarowy:

Prostopadłościenne naczynie na wodę, zabarwiona woda, stoper, wyskalowana zlewka do dolewania wody.

VI. Wykonanie ćwiczenia:

1. Sprawdzić poziome ustawienie pustego zbiornika, umocować wąż spustowy tak, aby nie wylewała się nim woda i napełnić wąż wodą.
2. Używając wyskalowanej zlewki wlać do zbiornika 3 litry wody.
3. Unieść nieznacznie jeden z końców zbiornika (~ 1 cm) i szybko go opuścić. Wytworzy się wówczas fala biegnąca z przeciwległego końca zbiornika.
4. Zmierzyć czas przebycia przez czoło fali kilkakrotnej długości zbiornika - dla małych głębokości dwie długości zbiornika, dla większych głębokości trzy lub więcej. Pomiar powtórzyć pięciokrotnie.
(Pomiar rozpocząć nie od razu, ale od momentu, gdy wytworzona fala przebiegnie dwie długości zbiornika. Front falowy staje się wówczas dobrze widoczny i fale boczne ulegną wytłumieniu.)
5. Dolać 1 dm³ wody i powtórzyć pomiary opisane w punkcie 4. Czynność tę powtarzać aż do napełnienia pojemnika 13 dm³ wody.
6. Wężem spustowym wylać wodę do zlewu.

V[dm ³]	h[m]	n*	l[m] =n·l ₀	t[s]					t _{sr} [s]	v [$\frac{m}{s}$]	ln h	ln v	u(v)
				1	2	3	4	5					
3	0,0105												
4	0,0140												
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13	0,0455												

* n- liczba długości kuwety, którą przeszła fala,

$$l_0 = 1,265\text{m,}$$

$$v = \frac{l}{t_{sr}}$$

$\Delta V = \dots\dots\dots$ [dm³] (niepewność maksymalna pomiaru objętości wody)

VII. Opracowanie wyników pomiarowych:

Logarytmując równanie $v = c_1 \cdot \sqrt{g} \cdot h^{c_2}$ otrzymamy równanie, które w układzie współrzędnych ($\ln h - \ln v$) jest równaniem prostej:

$$\begin{array}{ccccccc} \ln v & = & \ln(\sqrt{g} \cdot c_1) & + & c_2 \cdot \ln h & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ y & = & b & + & a \cdot x & & \end{array}$$

1. Uzupelnic tabelę i sporzadzic wykres zależności $\ln v = f(\ln h)$. Metodą regresji liniowej znaleźć współczynniki a i b tej prostej oraz ich niepewności standardowe $u(a)$, $u(b)$.

2. Przyjmując $g = 9,8 \frac{m}{s^2}$ wyznaczyć z równania $\ln(\sqrt{g} \cdot c_1) = b$ wartość stałej c_1 :

$$c_1 = \frac{e^b}{\sqrt{g}}; \text{ gdzie } e \approx 2,718$$

z wykorzystaniem wyznaczonych stałych.

3. Niepewność wyznaczenia prędkości fali za pomocą badanego wzoru w którym zastosowano wyznaczone stałe c_1 i c_2 określa zależność:

$$\begin{aligned} u(v) &= \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial c_1}\right)^2 \cdot u^2(c_1) + \left(\frac{\partial v}{\partial c_2}\right)^2 \cdot u^2(c_2) + \left(\frac{\partial v}{\partial h}\right)^2 \cdot u^2(h)} \\ &= v \cdot \sqrt{\left(\frac{u(c_1)}{c_1}\right)^2 + \left(\frac{\ln(h) \cdot u(c_2)}{c_2}\right)^2 + \left(\frac{c_2 \cdot u(h)}{h}\right)^2} \end{aligned}$$

(Uwaga: $u(c_1) = c_1 \cdot u(b)$; $u(c_2) = u(a)$)

5. Obliczyć niepewność wyznaczenia z tego wzoru prędkości fali dla wszystkich głębokości h

6. Sporządzić wykres zależności $v(h)$ i zaznaczyć na nim obliczone w punkcie 5 niepewności.