

## Ćwiczenie 206.

### Temat: Wyznaczanie współczynnika tłumienia wahadeł fizycznych z wykorzystaniem twierdzenia Steinera.

#### I. Literatura:

1. R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, t. 1, PWN
2. B. Jaworski, A. Dietlaf, Kurs fizyki, t. 1.
3. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki w politechnice, praca zbiorowa pod red. T. Rewaja.

#### II. Tematy teoretyczne:

1. Pojęcie bryły sztywnej, ruch obrotowy bryły sztywnej, moment bezwładności, obliczanie momentów bezwładności brył.
2. Twierdzenie Steinera, ruch harmoniczny i ruch drgający tłumiony, okres drgań wahadła fizycznego nietłumionego i tłumionego.

#### III. Metoda pomiarowa:

Jeżeli drgania dowolnego układu drgającego są tłumione i siła tłumiąca jest proporcjonalna do prędkości to pomiędzy częstością drgań tłumionych  $\omega$  i częstością drgań układu nietłumionego  $\omega_0$  zachodzi relacja:  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ .  $\beta$  oznacza tu współczynnik tłumienia. Korzystając z zależności  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  oraz  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$  łatwo wykazać, że

$$\beta = 2\pi \sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{1}{T^2}}. \quad (1)$$

Okres drgań tłumionych  $T$  można wyznaczyć doświadczalnie, mierząc czas dużej liczby drgań wahadła fizycznego.

Wzór na okres  $T_0$  drgań nietłumionych (harmonicznych) dla wahadła fizycznego ma postać:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} \quad (2)$$

(wyprowadza się go przy założeniu małych drgań wahadła, na które działa jedynie moment siły grawitacji).

Moment bezwładności  $I$  wyznaczamy z twierdzenia Steinera. Twierdzenie Steinera ma postać:

$$I = I_0 + m \cdot d^2$$

$I_0$  – moment bezwładności bryły o masie  $m$  względem osi przechodzącej przez środek masy,

$I$  – moment bezwładności względem innej osi, ale równoległej, do tej wymienionej wyżej,

$d$  – odległość między tymi osiami.

W doświadczeniu badamy trzy różne bryły, które są równocześnie wahadłami fizycznymi.

Doświadczenie z każdą z brył przeprowadzamy według schematu:

- Wyznaczamy masę bryły  $m$ , mierzymy jej promień  $r$  (lub długość  $l$  dla pręta) oraz odległość  $d$  między środkiem bryły i osią obrotu.
- Z uzyskanych w ten sposób pomiarów wyznaczamy momenty bezwładności  $I_0$  oraz  $I$ .
- Ze wzoru (2) obliczamy okres drgań nietłumionych wahadła, czyli  $T_0$ .
- Wyznaczamy okres  $T$  drgań tłumionych wahadła mierząc czas określonej liczby drgań tego wahadła.
- Ze wzoru (1) obliczamy współczynnik tłumienia  $\beta$  dla danego wahadła.

Badanymi przez nas bryłami są tarcza (walec), kula i pręt. Teoretyczne wzory na momenty bezwładności tych brył względem osi przechodzącej przez środek masy mają postać:

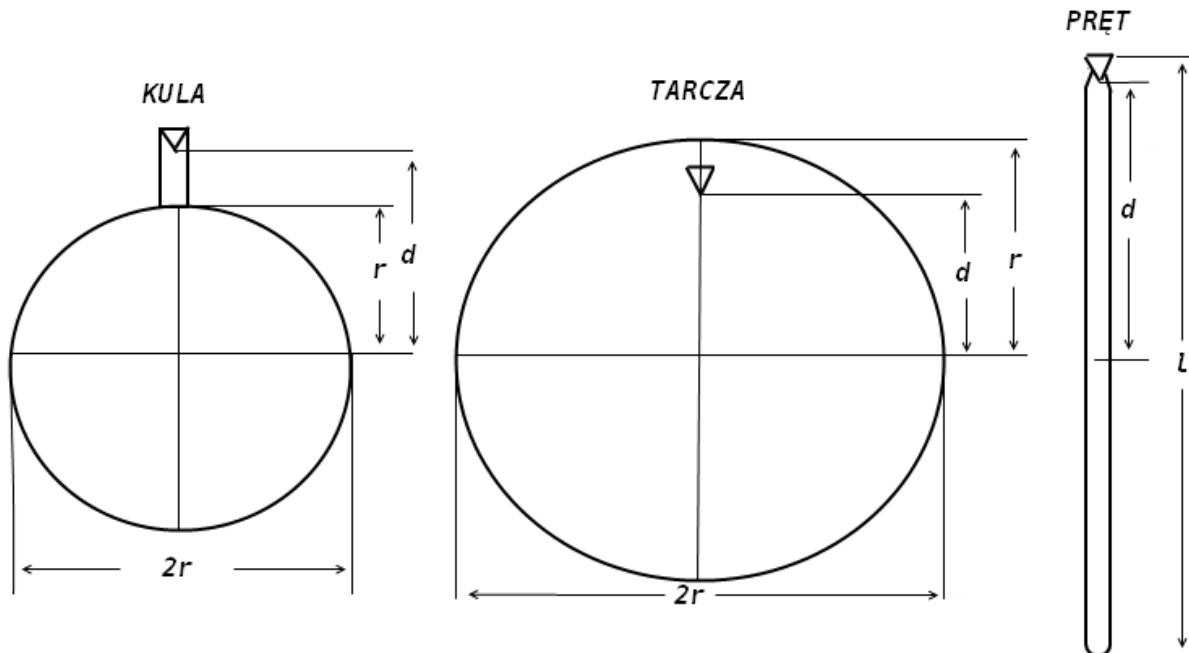
$$\text{dla tarczy: } I_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2; \quad \text{dla kuli: } I_0 = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2; \quad \text{dla pręta: } I_0 = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$$

#### IV. Zestaw przyrządów:

Trzy wahadła fizyczne (tarcza, kula, pręt), przymiar, suwmiarka, stoper (wypożyczyć w pok. 619), waga i odważniki.

#### V. Wykonanie ćwiczenia:

1. Wyznaczyć masy 3 wahadeł.
2. Zmierzyć następujące wymiary wahadeł:



- średnicę tarczy  $2r$  i odległość od ostrza do środka tarczy  $d$  (suwmiarką),
- średnicę kuli  $2r$  i odległość od ostrza do środka kuli  $d$  (suwmiarką)  
(Odległość  $d$  dla kuli wyznaczamy za pomocą pomiarów pośrednich)
- długość pręta  $l$  i odległość od ostrza do środka pręta  $d$  (przymiarem).

Każdy pomiar powtórzyć trzykrotnie.

3. Zawiesić pierwsze wahadło (tarczę) ostrzem na uchwycie zamocowanym na ścianie.
4. Wychylić wahadło z położenia równowagi o niewielki kąt (kilka stopni) i zmierzyć trzykrotnie czas 10 pełnych wahaniec (1 waniecie = tam i z powrotem)
5. Pomiary opisane w punktach 3 i 4 powtórzyć dla pozostałych dwóch wahadeł (kuli i pręta).
6. Zanotować dokładności użytych przyrządów pomiarowych.
7. Wyniki pomiarów i obliczeń zestawić w tabeli (wzór podano na końcu instrukcji),

#### VI. Opracowanie wyników pomiarów:

1. Obliczyć momenty bezwładności badanych brył oraz ich niepewności względem osi przechodzących przez środki ich mas w oparciu o wzory teoretyczne:

$$\text{- tarczy: } I_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \quad (r - \text{promień tarczy}) \quad u(I_0) = I_0 \cdot \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{2 \cdot u(r)}{r}\right]^2}$$

- kuli:  $I_0 = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$  (r- promień kuli)  $u(I_0) = I_0 \cdot \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{2 \cdot u(r)}{r}\right]^2}$

- pręta;  $I_0 = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$  (l- długość pręta)  $u(I_0) = I_0 \cdot \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{2 \cdot u(l)}{l}\right]^2}$

2. Dla poszczególnych wahadeł, korzystając z twierdzenia Steinera, obliczyć momenty bezwładności oraz ich niepewności względem osi przechodzących przez punkt zawieszenia:

$$I = I_0 + md^2; \quad u(I) = \sqrt{[u(I_0)]^2 + [d^2 \cdot u(m)]^2 + [2 \cdot m \cdot d \cdot u(d)]^2}$$

3. Obliczyć okresy drgań wahadeł fizycznych nietłumionych i ich niepewności dla trzech badanych brył:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}; \quad u(T_0) = \frac{T_0}{2} \sqrt{\left[\frac{u(I)}{I}\right]^2 + \left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{u(d)}{d}\right]^2}$$

4. Obliczyć okresy drgań wahadeł fizycznych tłumionych i ich niepewności dla trzech badanych brył:

$$T = \frac{t_{sr}}{n}; \quad u(T) = \sqrt{[u_A(T)]^2 + [u_B(T)]^2} \quad \text{gdzie:}$$

$$u_A(T) = \frac{u_A(t)}{n} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (t_{sr} - t_i)^2}{3 \cdot 2}}; \quad u_B(T) = \frac{\Delta t}{n \cdot \sqrt{3}};$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + 2 \cdot \Delta t_2$$

$\Delta t_1$ -dokładność stopera,  $\Delta t_2$ - oszacowany przez eksperymentatora czas reakcji potrzebny na włączenie i wyłączenie stopera, zazwyczaj 0,2s - 0,5s.

5. Obliczyć współczynnik tłumienia  $\beta$  dla każdego wahadła i niepewność jego wyznaczenia:

$$\beta = 2\pi \sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{1}{T^2}}; \quad u(\beta) = \frac{4\pi^2}{\beta} \sqrt{\left[\frac{u(T_0)}{T_0^3}\right]^2 + \left[\frac{u(T)}{T^3}\right]^2}$$

Bryła	m [kg]	2r lub l [m]	r lub l [m]	d [m]	t [s]	n	T [s]	u(T) [s]	T <sub>0</sub> [s]	u(T <sub>0</sub> ) [s]	β [s <sup>-1</sup> ]	u(β) [s <sup>-1</sup> ]	
Tarcza						10							
Kula						10							
Pręt						10							

Uwaga: Dla każdej z niepewności  $u(r)$ ,  $u(l)$ ,  $u(d)$ ,  $u(T)$  uwzględnić zarówno niepewności typu A jak i niepewności typu B, a dla  $u(m)$  tylko niepewność typu B: ( $u(m) = \Delta m / \sqrt{3}$ , gdzie  $\Delta m$  to dokładność wagi))