

Ćwiczenie 206.

Temat: Sprawdzanie twierdzenia Steinera za pomocą wahadła fizycznego.

I. Literatura:

1. R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, t. 1, PWN
2. B. Jaworski, A. Dietłaf, Kurs fizyki, t. 1.
3. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki w politechnice, praca zbiorowa pod red. T. Rewaja.
4. Instrukcja obsługi suwmiarki: <http://labor.zut.edu.pl/> w zakładce INSTRUKCJE

II. Tematy teoretyczne:

1. Pojęcie bryły sztywnej, wielkości charakteryzujące ruch obrotowy bryły sztywnej, moment bezwładności.
2. Twierdzenie Steinera, ruch drgający prosty, okres drgań wahadła fizycznego.

III. Metoda pomiarowa:

Celem ćwiczenia jest praktyczne sprawdzenie twierdzenia Steinera.

Twierdzenie Steinera ma postać:

$$I = I_0 + m \cdot d^2$$

I_0 – moment bezwładności bryły o masie m względem osi przechodzącej przez środek masy,

I – moment bezwładności względem innej osi, ale równoległej, do tej wymienionej wyżej,

d – odległość między tymi osiami.

Badanymi przez nas bryłami są tarcza (walec), kula i pręt. Teoretyczne wzory na momenty bezwładności tych brył względem osi przechodzącej przez środek masy mają postać:

$$\text{dla tarczy: } I_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2; \quad \text{dla kuli: } I_0 = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2; \quad \text{dla pręta: } I_0 = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$$

Momenty bezwładności I tych brył wyznaczamy pośrednio, korzystając z faktu, że bryły te zawieszono na osi i wprowadzono w ruch drgający stają się równocześnie wahadłami fizycznymi.

Ze wzoru na okres drgań wahadła fizycznego wynika, że dla małych drgań moment bezwładności wahadła nietłumionego wynosi:

$$I = \frac{T^2 \cdot m \cdot g \cdot d}{4 \cdot \pi^2}$$

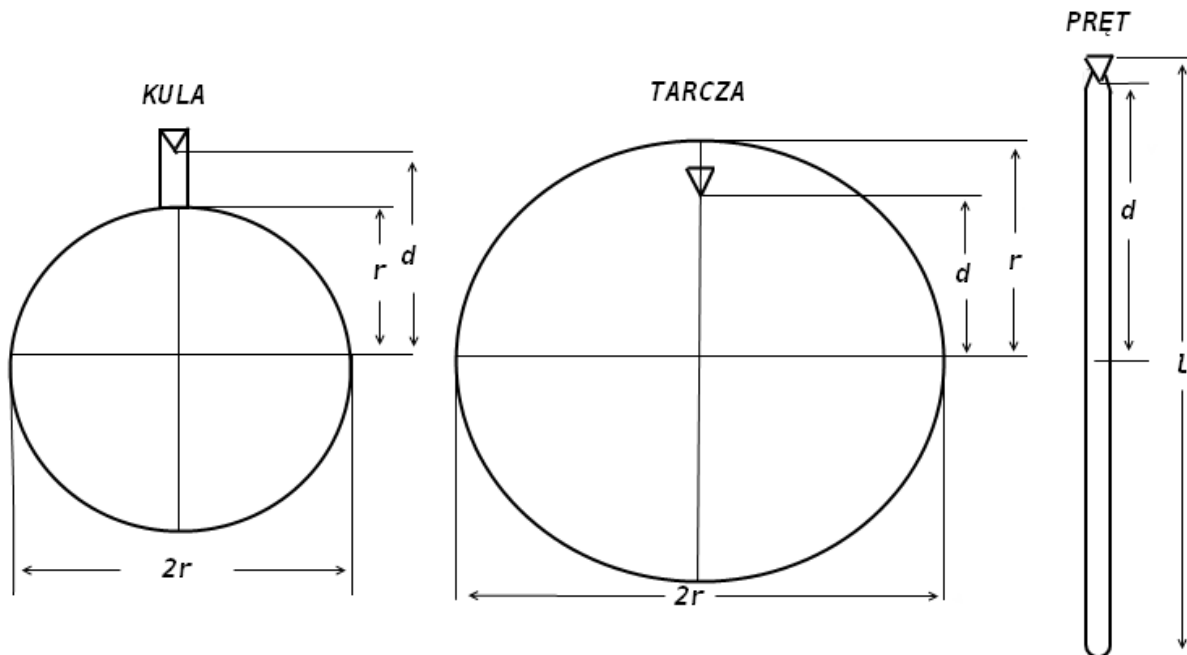
Pewną niedogodnością jest to, że tak utworzone wahadła są wahadłami tłumionymi, a tłumienie to wywołane jest siłą tarcia w punkcie zawieszenia, czyli w miejscu, gdzie znajdują się ich osie obrotu. Stąd będą wynikały główne rozbieżności w uzyskanych wynikach.

IV. Zestaw przyrządów:

Trzy wahadła fizyczne (tarcza, kula, pręt), przymiar, suwmiarka, stoper (wypożyczyć w pok. 619), waga i odważniki.

V. Wykonanie ćwiczenia:

1. Wyznaczyć masy 3 wahadeł.
2. Zmierzyć następujące wymiary wahadeł:



- średnicę tarczy $2r$ i odległość od ostrza do środka tarczy d (suwmiarką),
- średnicę kuli $2r$ i odległość od ostrza do środka kuli d (suwmiarką)
(Odległość d dla kuli wyznaczamy za pomocą pomiarów pośrednich)
- długość pręta l i odległość od ostrza do środka pręta d (przymiarem).

Każdy pomiar powtórzyć trzykrotnie.

3. Zawiesić pierwsze wahadło (tarczę) ostrzem na uchwycie zamocowanym na ścianie.
4. Wychylić wahadło z położenia równowagi o niewielki kąt (kilka stopni) i zmierzyć trzykrotnie czas 10 pełnych wahań (1 wahańcie = tam i z powrotem)
5. Pomiary opisane w punktach 3 i 4 powtórzyć dla pozostałych dwóch wahadeł (kuli i pręta).
6. Zanotować dokładności użytych przyrządów pomiarowych.
7. Wyniki pomiarów i obliczeń zestawić w tabeli (wzór podano na końcu instrukcji).

VI. Opracowanie wyników pomiarów:

1. Obliczyć momenty bezwładności badanych brył oraz ich niepewności względem osi przechodzących przez środki ich mas w oparciu o wzory teoretyczne:

- tarczy: $I_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$ (r- promień tarczy) $u(I_0) = I_0 \cdot \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{2 \cdot u(r)}{r}\right]^2}$

- kuli: $I_0 = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$ (r- promień kuli) $u(I_0) = I_0 \cdot \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{2 \cdot u(r)}{r}\right]^2}$

- pręta; $I_0 = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$ (l- długość pręta) $u(I_0) = I_0 \cdot \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{2 \cdot u(l)}{l}\right]^2}$

2. Obliczyć okresy drgań wszystkich trzech wahadeł $T = t/n = (\text{czas średni})/(\text{liczba drgań})$.
 3. W oparciu o wzór na okres wahadła fizycznego obliczyć momenty bezwładności względem osi przechodzącej przez punkt zawieszenia i ich niepewności dla trzech badanych brył:

$$I = \frac{T^2 \cdot m \cdot g \cdot d}{4 \cdot \pi^2} \quad u(I) = I \cdot \sqrt{\left[\frac{2 \cdot u(T)}{T}\right]^2 + \left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{u(d)}{d}\right]^2}$$

4. Wykorzystując twierdzenie Steinera obliczyć momenty bezwładności każdej z brył względem osi przechodzącej przez środek masy oraz ich niepewności:

$$I_{o1} = I - m \cdot d^2 \quad u(I_{o1}) = \sqrt{[u(I)]^2 + [d^2 \cdot u(m)]^2 + [2 \cdot m \cdot d \cdot u(d)]^2}$$

(I – moment bezwładności wyznaczony w punkcie 3, I_{o1} – moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek masy wyznaczony w oparciu o twierdzenie Steinera)

5. Porównać momenty bezwładności I_0 oraz I_{o1} dla każdej bryły i ocenić na tej podstawie dla którego wahadła siła tarcia ma największy wpływ na tłumienie drgań

• **Uwagi dotyczące obliczenia niepewności:**

$$u(m) = \frac{\Delta m}{\sqrt{3}}; \quad u(d) = \frac{\Delta d}{\sqrt{3}}$$

$$u(r) = \sqrt{u_A^2(r) + u_B^2(r)} \quad \text{gdzie: } u_A = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (2r_i - 2\bar{r})^2}{3 \cdot 2}}; \quad u_B(r) = \frac{\Delta r}{\sqrt{3}};$$

$$u(l) = \sqrt{u_A^2(l) + u_B^2(l)} \quad \text{gdzie: } u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (l_i - \bar{l})^2}{3 \cdot 2}}; \quad u_B(r) = \frac{\Delta l}{\sqrt{3}};$$

$$u(T) = \sqrt{u_A^2(T) + u_{B1}^2(T) + u_{B2}^2(T)} \quad \text{gdzie:}$$

$$u_A(T) = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (t_i - \bar{t})^2}{3 \cdot 2}}; \quad u_{B1}(T) = \frac{1}{10} \cdot \frac{\Delta t_1}{\sqrt{3}}; \quad u_{B2}(T) = \frac{1}{10} \cdot \frac{\Delta t_2}{\sqrt{3}}$$

(Δt_1 – dokładność stopera; Δt_2 – podwojony czas reakcji eksperymentatora)

Wartość $\frac{1}{10}$ w powyższych wzorach wynika z pomiaru czasu 10 drgań.

Bryła	m [kg]	$2r$ lub l [m]	r lub l [m]	d [m]	t [s]	n	T [s]	I_0 [kgm ²]	$u(I_0)$ [kgm ²]	I [kgm ²]	I_{01} [kgm ²]	$u(I_{01})$ [kgm ²]
Tarcza						10						
Kula						10						
Pręt						10						