

Wyznaczanie stosunku $\kappa = \frac{C_p}{C_v}$ dla powietrza metodą Clementa-Desormesa

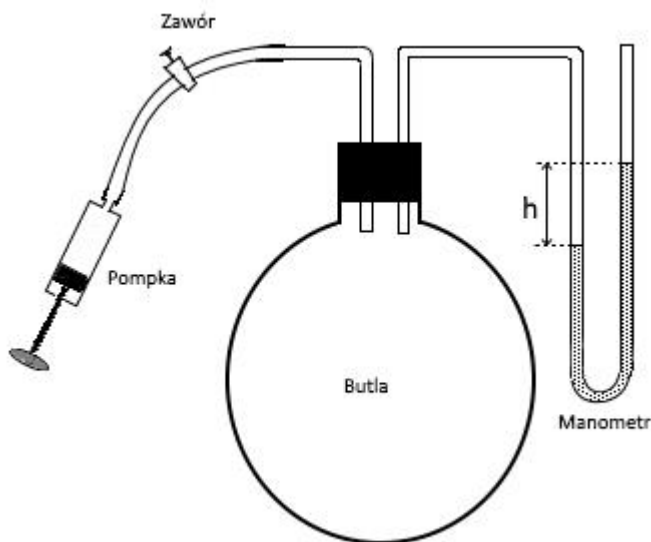
Podstawy teoretyczne.

Wstęp.

Układ pomiarowy przedstawiony na rysunku umożliwia poddawanie różnym przemianom gazowym powietrze zawarte w butli. Istotą pomiaru jest to, że pomimo różnych operacji, którym to powietrze jest poddawane, na początku eksperymentu i na jego końcu temperatura jest taka sama i równa temperaturze otoczenia. Dzięki temu można przyjąć, że cała seria przemian sprowadza się do przemiany izotermicznej.

Przebieg eksperymentu.

Eksperyment rozpoczyna się od dopompowania do butli pewnej ilości powietrza. Przyrost ciśnienia w butli możemy zmierzyć za pomocą manometru wodnego. Miarą tego dodatkowego ciśnienia jest słupek wody o wysokości h (patrz rysunek).



Przez pewien czas po dopompowaniu powietrza i zamknięciu zaworu wysokość słupka maleje, gdyż ogrzane w procesie pompowania powietrze wyrównuje swoją temperaturę powracając stopniowo do temperatury otoczenia. Zazwyczaj trwa to 3 do 5 minut i po tym czasie możemy zanotować początkową wysokość h_1 odpowiadającą ciśnieniu hydrostatycznemu $\rho \cdot g \cdot h_1$; (gdzie ρ oznacza gęstość wody w manometrze)

Całkowite ciśnienie w butli wynosi

$$p_1 = b + \rho \cdot g \cdot h_1; b - \text{ciśnienie atmosferyczne} \quad (1)$$

Teraz następuje najistotniejsza i zarazem najtrudniejsza część eksperymentu. Wypuszczamy nadmiar powietrza z butli otwierając na krótką chwilę zawór na wężyku podłączonym do butli (po uprzednim odłączeniu pompki). Trudność polega na tym, że musimy zamknąć zawór dokładnie w momencie, gdy ciśnienie w butli zrówna się z ciśnieniem atmosferycznym, czyli w chwili, gdy słupki wody w prawym i lewym ramieniu manometru zrównają się. Przy tym sam proces zrównywania się ciśnienia w butli z ciśnieniem otoczenia powinien być możliwie krótki (zawór szeroko otwarty), aby można było przyjąć, że zachodząca teraz przemiana jest przemiana adiabatyczną, czyli bez wymiany ciepła między powietrzem w butli i otoczeniem.

Szybkie rozprężanie powietrza i brak wymiany ciepła z otoczeniem powoduje, że gaz w butli oziębia się. Dlatego, po zamknięciu zaworu ciśnienie w butli rośnie, gdyż powietrze pobiera ciepło z otoczenia, ogrzewa się i zwiększa swoje ciśnienie. Po kilku minutach, gdy temperatura zrówna się z temperaturą otoczenia ciśnienie w butli osiągnie wartość:

$$p_2 = b + \rho \cdot g \cdot h_2 \quad (2)$$

Przemianę adiabatyczną, która zaszła w momencie krótkotrwałego otwarcia zaworu, opisuje równanie Poissona:

$$p \cdot V^\kappa = const$$

Logarytmujemy to równanie:

$$\ln p + \kappa \cdot \ln V = \ln (const)$$

i różniczkujemy obustronnie:

$$\frac{dp}{p} + \kappa \cdot \frac{dV}{V} = 0$$

Zastępujemy różniczki przyrostami $dp \rightarrow \Delta p$ i $dV \rightarrow \Delta V$ i otrzymujemy równanie:

$$\frac{\Delta p_{ad}}{p} = -\kappa \cdot \frac{\Delta V}{V} \quad (3)$$

W czasie przemiany adiabatycznej ciśnienie od początkowej wartości p_1 maleje do wartości ciśnienia atmosferycznego b . Dlatego

$$\Delta p_{ad} = b + \rho \cdot g \cdot h_1 - b = \rho \cdot g \cdot h_1 \quad (4)$$

Z kolei dla całego przebiegu doświadczenia stosujemy równanie przemiany izotermicznej (patrz wyjaśnienie we wstępie tego opracowania):

$$p \cdot V = const$$

Logarytmując i różniczkując to równanie:

$$\ln p + \ln V = \ln (const)$$

$$\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = 0$$

i zastępując różniczki przyrostami $dp \rightarrow \Delta p$ i $dV \rightarrow \Delta V$ otrzymamy:

$$\frac{\Delta p_{iz}}{p} = -\frac{\Delta V}{V} \quad (5)$$

Ciśnienie zmienia się w tym czasie od p_1 na początku do p_2 na końcu, czyli:

$$\Delta p_{iz} = b + \rho \cdot g \cdot h_1 - (b + \rho \cdot g \cdot h_2) = \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) \quad (6)$$

Dzieląc równanie (3) przez równanie (5) i uwzględniając wartości przyrostów ciśnienia (4) i (6) otrzymamy wzór wykorzystywany do wyznaczenia współczynnika κ

$$\kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2}$$

Uzupełnienie.

Ciepło właściwe to współczynnik określający ile ciepła Q trzeba dostarczyć, aby jednostkę masy substancji ogrzać o 1 stopień. W układzie SI:

$$c = \frac{Q}{1\text{kg}\cdot 1\text{K}} \quad \text{lub} \quad C = \frac{Q}{1\text{kmol}\cdot 1\text{K}}$$

c - ciepło właściwe; C - molowe ciepło właściwe

Dostarczone ciepło zużywane jest na wzrost energii kinetycznej cząsteczek substancji. Dla gazów pobierane ciepło zużywane jest na wzrost energii ruchu postępowego, a dla cząsteczek wieloatomowych również na energię drgań (ruch oscylacyjny) i energię rotacji cząsteczki.

Jak ta energia będzie dystrybuowana zależy od tzw. **liczby stopni swobody** cząsteczek, która jest równa najmniejszej liczbie niezależnych zmiennych potrzebnych do jednoznacznego opisanie stanu układu. W naszym eksperymencie badamy powietrze, które składa się głównie z dwuatomowych cząsteczek azotu (N_2) i tlenu (O_2). Dla takich cząsteczek liczba stopni swobody wynosi $i = 5 = n_1 + n_2$ - w ($n_1=3$ stopnie swobody pierwszej cząsteczki; $n_2= 3$ stopnie. swobody drugiej cząsteczki ; $w= 1$ liczba więzów między cząsteczkami).

Dla gazów ciepło właściwe zależy od warunków dostarczania ciepła, dlatego wprowadza się dwa różne ciepła właściwe.

W warunkach przemiany izochorycznej ($V=\text{const.}$), zgodnie z I zasadą termodynamiki $\Delta U=Q$, czyli całe dostarczone ciepło zużywane jest na wzrost energii wewnętrznej, a więc i temperatury gazu. Ciepło właściwe mierzone w tych warunkach oznaczamy c_v lub C_v (molowe).

W warunkach przemiany izobarycznej $\Delta U=Q+W$, gaz rozpręża się wykonując pracę, więc aby ogrzać gaz o 1 stopień trzeba dostarczyć więcej ciepła niż w przemianie izochorycznej. Dlatego ciepło właściwe w tych warunkach jest większe. Oznaczamy je c_p lub C_p .

Można wykazać, że różnica

$$C_p - C_v = R \quad \text{oraz} \quad C_v = \frac{i}{2}R; \quad i - \text{liczba stopni swobody cząsteczek}$$

Zatem:

$$\kappa = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$$

Dla powietrza

$$\kappa = \frac{5+2}{5} = 1,4.$$