

# BADANIE ZALEŻNOŚCI PRZENIKALNOŚCI MAGNETYCZNEJ FERRIMAGNETYKÓW OD TEMPERATURY

## 1. Teoria

Właściwości magnetyczne substancji charakteryzuje współczynnik przenikalności magnetycznej  $\mu$ . Dla próżni ten współczynnik jest równy  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [\text{H/m}]$ . Przenikalność magnetyczna próżni jest zbliżona do przenikalności magnetycznej powietrza. Dla charakterystyki różnych rodzajów materiału stosuje się parametr względnej przenikalności magnetycznej  $\mu_r$ , której punktem odniesienia jest właśnie przenikalność magnetyczna próżni  $\mu_0$  zgodnie z zależnością:  $\mu_r = \mu / \mu_0$ . W zależności od wartości względnej przenikalności magnetycznej wyróżniamy:

- diamagnetyki, dla których  $\mu_r$  jest mniejsze lub równe 1; wektor magnetyzacji w tych materiałach jest skierowany przeciwnie do zewnętrznego pola magnetyzującego, powodując jego osłabienie
- paramagnetyki, dla których  $\mu_r$  jest większe lub równe 1; wektor magnetyzacji w tych materiałach jest skierowany zgodnie z kierunkiem zewnętrznego pola magnetyzującego; tym samym działanie tego pola jest dodatkowo wzmacniane
- ferromagnetyki należą do grupy paramagnetyków, dla tej grupy materiałów przenikalność względna osiąga bardzo duże wartości

W diamagnetykach suma momentów magnetycznych orbitalnych i spinowych atomów jest równa zero i wykazuje ona przenikalność magnetyczną  $\mu$  nieco mniejszą od jedności. Zewnętrzne pole magnetyczne indukuje w atomach tych substancji momenty magnetyczne, których kierunek, zgodnie z tzw. regułą Lenza jest przeciwny do pola indukującego. To powoduje, że w niejednorodnym polu magnetycznym są one wypychane poza obszar pola. Atomy paramagnetyków posiadają trwały moment magnetyczny, ich przenikalność magnetyczna jest nieco większa od jedności. Pod wpływem zewnętrznego pola magnetycznego momenty magnetyczne atomów paramagnetyków ustawiają się zgodnie z kierunkiem pola, podobnie do igły kompasu w ziemskim polu magnetycznym. W kryształach niektórych pierwiastków (np. żelaza, kobaltu, niklu, gadolinu) i związków chemicznych obserwuje się sprzężenie momentów magnetycznych sąsiednich atomów, przejawiające się w jednakowym ukierunkowaniu momentów magnetycznych w dość dużych obszarach wewnątrz kryształu. Takie obszary nazywamy domenami magnetycznymi. Przenikalność magnetyczna takich substancji, zwanych ferromagnetykami jest znacznie większa od jedności i może nawet osiągnąć wartość rzędu  $10^6$ . Ferromagnetyki są szeroko wykorzystywane w technice, od transformatorów począwszy a na pamięciach magnetycznych (taśmy audio i wideo, dyski twarde i dyskietki komputerów) kończąc. Warto dodać, że pierwszym znanym ferromagnetykiem była ruda żelaza, magnetyt, stosowana dawno temu w charakterze kompasu.

Bardzo istotną cechą ferromagnetyków jest to, że stan o dużej wartości  $\mu$  może istnieć jedynie w kryształach, i to tylko poniżej pewnej temperatury, zwanej temperaturą Curie  $T_c$ . Świadczy to o tym, że właściwości ferromagnetyczne są związane ze strukturą krystaliczną, a nie zależą od właściwości pojedynczych atomów. Temperatury Curie dla różnych znanych ferromagnetyków są różne i zmieniają się w przedziale od ok. 20 K dla erbu i holmu, do 1604 K dla kobaltu. Dla gadolinu  $T_c = 289\text{K}$ , a więc leży blisko temperatury pokojowej, co ułatwia przeprowadzenie pomiarów. Przy wzroście temperatury  $T$  powyżej  $T_c$  zachodzi gwałtowny spadek przenikalności magnetycznej  $\mu$ , od dużej wartości typowej dla ferromagnetyków, do wartości bliskiej jedności, charakterystycznej dla paramagnetyków. Zmiany te w obszarze paramagnetycznym opisuje prawo Curie – Weiss'a, które ma postać:

$$\chi = \mu - 1 = \frac{C}{T - T_c}$$

gdzie C jest stałą materiałową, zwaną stałą Curie  
 $\chi$  jest podatnością magnetyczną.

Aby wyznaczyć przenikalność magnetyczną  $\mu$  dowolnej substancji, porównujemy wartości indukcyjności własnej (samoodukcji) L zwojnicy wypełnionej badaną substancją, z wartością samoodukcji  $L_0$  tej samej zwojnicy umieszczonej w próżni:

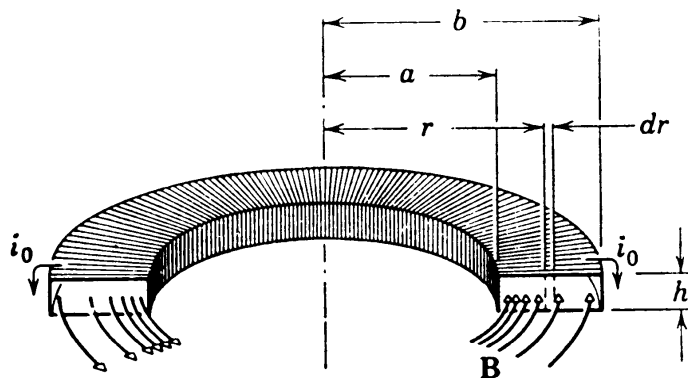
$$\mu = \frac{L}{L_0}$$

W praktyce, nie udaje się całej zwojnicy „zanurzyć” w ośrodku o przenikalności  $\mu$ , lecz wypełnia się ją rdzeniem z badanego materiału. Rdzeń musi tworzyć zamknięty obwód magnetyczny, aby uniknąć strat energii magnetycznej. Pomiar indukcyjności własnych L i  $L_0$  polega na wyznaczeniu tzw. oporu indukcyjnego tych elementów  $R_L = 2\pi f \cdot L$  dla prądu zmiennego, gdzie f jest częstością prądu pomiarowego.

W ćwiczeniu do obliczenia przenikalności magnetycznej wykorzystano następujący wzór:

$$\mu = \frac{2 \cdot \pi \cdot L \cdot (b - a)}{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S \cdot \ln \frac{b}{a}}$$

Na rysunku 1 pokazano przekrój poprzeczny toroidu, który wykorzystano do wykonania ćwiczenia.



gdzie:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [\text{H/m}]$$

L- indukcyjność [H]

$$b=16 [\text{mm}]$$

$$a= 7 [\text{mm}]$$

$$S=54 [\text{mm}^2]$$

$$N= 55 \text{ zwojów cewki}$$

Rys.1. Przekrój poprzeczny toroidu.

Wyprowadzenie wzoru na przenikalność magnetyczną  $\mu$  toroidu.

Z prawa Ampere'a:

$$\int B dl = \mu_0 i$$

Dla drogi kołowej o promieniu  $r$  otrzymujemy:

$$2\pi r B = \mu_0 i_0 N$$

$i_0$  - prąd płynący w uzwojeniu toroidu

$i$ - całkowity prąd płynący wewnątrz drogi całkowania

Rozwiązanie równania względem  $B$  daje wzór na indukcyjność pustego toroidu.

$$B = \frac{\mu_0 i_0 N}{2\pi r}$$

Strumień  $Q_B$  przechodzący przez poprzeczny przekrój toroidu:

$$Q_B = \frac{\mu_0 i_0 N h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}, \quad h = \frac{S}{b-a}$$

Gdy solenoid jest wypełniony materiałem o przenikalności magnetycznej  $\mu$ :

$$L = \mu \cdot L_0$$

Równanie na indukcyjność pustego toroidu:

$$L = \frac{NQ_B}{i_0}$$

Po podstawieniu za  $Q_B$ :

$$L = \frac{NQ_B}{i_0} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a} = \frac{\mu \mu_0 N^2 S}{2\pi(b-a)} \ln \frac{b}{a}$$

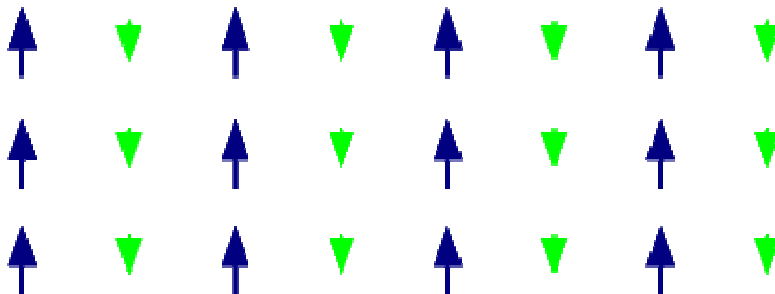
Obliczając  $\mu$  z powyższego równania otrzymujemy:

$$\mu = \frac{2 \cdot \pi \cdot L \cdot (b-a)}{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S \cdot \ln \frac{b}{a}}$$

### Ferrimagnetyzm.

Materiały ferrimagnetyczne zachowują się podobnie do ferromagnetyków- wykazują spontaniczne namagnesowanie poniżej temperatury krytycznej  $T_c$ , nawet w przypadku braku przyłożonego pola. Jednak postać typowej krzywej namagnesowania ferrimagnetyków wyraźnie różni się od krzywej ferromagnetycznej.

Ferrimagnetyki są także związane z antyferromagnetykami - w temperaturach poniżej tzw. temperatury Néela pojawia się spontaniczne antyrównoległe uporządkowanie elementarnych momentów magnetycznych, a w odróżnieniu od antyferromagnetyzmu momenty te nie kompensują się wzajemnie do zera. Antyrównoległe momenty mają różną wartość.



Rys.2. Uporządkowanie momentów magnetycznych w ferrimagnetyku

Głównymi ferrimagnetykami są tworzywa tlenkowe zwane ferrytami. Właściwości magnetyczne ferrimagnetyków zależą w dużym stopniu od ich budowy krystalicznej. Ferrimagnetyki odznaczają się dużym oporem właściwym, dlatego stosuje się je w obwodach magnetycznych zasilanych prądem o wysokiej częstotliwości ze względu na małe straty na prądy wirowe. Z ferrimagnetyków wykonuje się rdzenie transformatorów i dławików, elementy głośników, zespoły ogniskujące telewizorów, magnetyczne elementy mocujące itp.; ferrimagnetyki są bardzo twarde i kruche.

Wzór na dopasowanie zależności odwrotności przenikalności magnetycznej  $1/\mu$  od temperatury przy temperaturze wyższej od temperatury Curie dla ferrimagnetyków.

Aby zastosować teorię Weiss'a powyżej temperatury Curie, zakłada się, że prawo Curie jest spełnione dla każdej wewnętrznej struktury.

Po ich zsumowaniu i podzieleniu przez pole otrzymuje się wzór na podatność magnetyczną:

$$\frac{1}{\chi} = \frac{T + \frac{C}{\chi_0}}{C} - \frac{b}{T - \theta}$$

Wyprowadzenie:

$$M_A = \alpha n \mu_A$$

namagnesowanie podsieci A

$$M_B = \beta n \mu_B$$

namagnesowanie podsieci B

$$M = M_A + M_B = \alpha n \mu_A + \beta n \mu_B$$

całkowite namagnesowanie

$$H_W^A = -\gamma_{AB} M_B + \gamma_{AA} M_A$$

cząstkowe pole magnetyczne na podsieci A

$$H_W^B = -\gamma_{AB} M_A + \gamma_{BB} M_B$$

cząstkowe pole magnetyczne na podsieci B

Stosując teorię Weiss'a otrzymujemy:

$$M_A = \frac{C(H + H_W^A)}{T}$$

$$M_B = \frac{C(H + H_W^B)}{T}$$

gdzie H jest zewnętrznym przyłożonym polem

$$M = M_A + M_B = \frac{1}{\chi} = \frac{T + C/\chi_0}{C} - \frac{b}{T - \theta}$$

sumując

$$\frac{1}{\chi_0} = \gamma_{AB} \left( 2\alpha\beta - \frac{\gamma_{AA}}{\gamma_{AB}} \alpha^2 - \frac{\gamma_{BB}}{\gamma_{AB}} \beta^2 \right)$$

po przekształceniu i podstawieniu:

$$b = \gamma_{AB}^2 C \alpha \beta \left[ \alpha \left( 1 + \frac{\gamma_{AA}}{\gamma_{AB}} \right) - \beta \left( 1 + \frac{\gamma_{BB}}{\gamma_{AB}} \right) \right]^2$$

$$\theta = \gamma_{AB} C \alpha \beta \left( 2 + \frac{\gamma_{AA}}{\gamma_{AB}} + \frac{\gamma_{BB}}{\gamma_{AB}} \right)$$

$$\chi = \frac{C}{T + (C/\chi_0)}$$

prawo Curie-Weiss'a

## 2. Tabele pomiarowe.

W tabelach zamieszczono zmierzone wartości indukcyjności  $L$  dla różnych temperatur oraz obliczone wartości przenikalności magnetycznej  $\mu$  (wzór 1) wraz z jej niepewnością standardową  $u_c(\mu)$  (wzór 2).

$$\mu = \frac{2 \cdot \pi \cdot L \cdot (b - a)}{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S \cdot \ln \frac{b}{a}} \quad [1]$$

$$u_c(\mu) = \sqrt{\left(\left|\frac{\partial \mu}{\partial L}\right| u_B(L)\right)^2 + \left(\left|\frac{\partial \mu}{\partial a}\right| u_B(a)\right)^2 + \left(\left|\frac{\partial \mu}{\partial b}\right| u_B(b)\right)^2 + \left(\left|\frac{\partial \mu}{\partial S}\right| u_B(S)\right)^2}$$

$$u_c(\mu) = \sqrt{\left(\frac{2\pi(b-a)}{\mu_0 N^2 S \ln \frac{b}{a}}\right)^2 u_B(L)^2 + \left|\frac{-2\pi L \ln \frac{b}{a} - 2\pi L(b-a) \frac{1}{a}}{\mu_0 N^2 S \left(\ln \frac{b}{a}\right)^2}\right|^2 u_B(a)^2 +$$

$$+ \sqrt{\left|\frac{2\pi L \ln \frac{b}{a} - 2\pi L(b-a) \frac{1}{b}}{\mu_0 N^2 S \left(\ln \frac{b}{a}\right)^2}\right|^2 u_B(b)^2 + \left|\frac{-2\pi L(b-a)}{\mu_0 N^2 S^2 \left(\ln \frac{b}{a}\right)}\right|^2 u_B(S)^2}$$

Podstawiając za  $\mu$  wzór na  $u_c(\mu)$  przyjmuje postać:

$$u_c(\mu) = \mu \sqrt{\left|\frac{u_B(L)}{L}\right|^2 + \left|\frac{-a \ln \frac{b}{a} + a - b}{a(b-a) \ln \frac{b}{a}}\right|^2 u_B(a)^2 + \left|\frac{b \ln \frac{b}{a} + a - b}{b(b-a) \ln \frac{b}{a}}\right|^2 u_B(b)^2 + \left|\frac{u_B(S)}{S}\right|^2} \quad [2]$$

Przyjmując jako niepewność pomiaru:

$$\Delta L = 0,001[H] \Rightarrow u_B(L) = \frac{\Delta L}{\sqrt{3}} = 0,57 \cdot 10^{-3}[H]$$

$$\Delta a = 0,001[m] \Rightarrow u_B(a) = \frac{\Delta a}{\sqrt{3}} = 0,57 \cdot 10^{-3}[m]$$

$$\Delta b = 0,001[m] \Rightarrow u_B(b) = \frac{\Delta b}{\sqrt{3}} = 0,57 \cdot 10^{-3}[m]$$

$$\Delta S = 1 \cdot 10^{-6}[m^2] \Rightarrow u_B(S) = \frac{\Delta S}{\sqrt{3}} = 0,57 \cdot 10^{-6}[m^2]$$

a) ogrzewanie próbki

T [C]	L[H]	$\mu$	$1/\mu$	$u_c(\mu)$
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
31				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				
46				
47				
48				
49				
50				
51				
52				
53				
54				
55				
56				
57				
58				
59				
60				
61				
62				
63				
64				
65				
66				
67				
68				
69				
70				
71				
72				



73				
74				
75				
76				
77				
78				
79				
80				
81				
82				
83				
84				
85				
86				
87				
88				
89				
90				
91				
92				
93				
94				
95				
96				
97				
98				
99				
100				
101				
102				
103				
104				
105				
106				
107				
108				
109				
110				
111				
112				
113				
114				
115				
116				
117				
118				
119				
120				
121				
122				
123				
124				
125				

126				
127				
128				
129				
130				
131				
132				
133				
134				
135				
136				
137				
138				
139				
140				
141				
142				
143				
144				
145				
146				
147				
148				
149				
150				
151				
152				
153				
154				
155				
156				
157				
158				
159				
160				

b) chłodzenie próbki

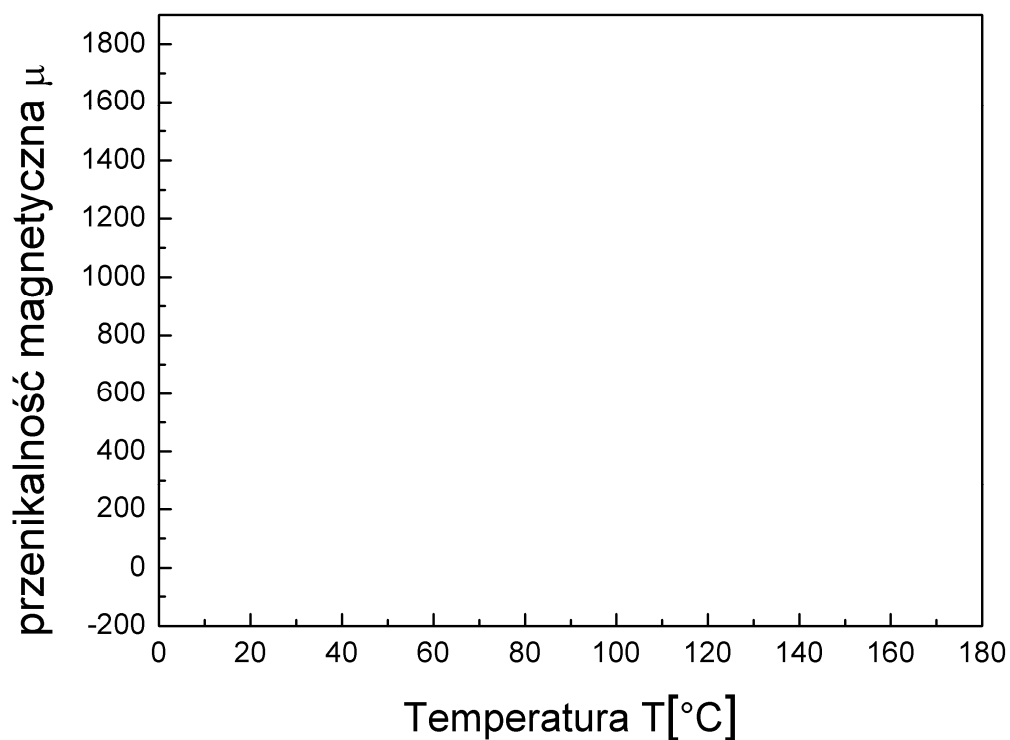
T [C]	L[H]	$\mu$	$1/\mu$	$u_c(\mu)$
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				

46				
47				
48				
49				
50				
51				
52				
53				
54				
55				
56				
57				
58				
59				
60				
61				
62				
63				
64				
65				
66				
67				
68				
69				
70				
71				
72				
73				
74				
75				
76				
77				
78				
79				
80				
81				
82				
83				
84				
85				
86				
87				
88				
89				
90				
91				
92				
93				
94				
95				
96				
97				
98				

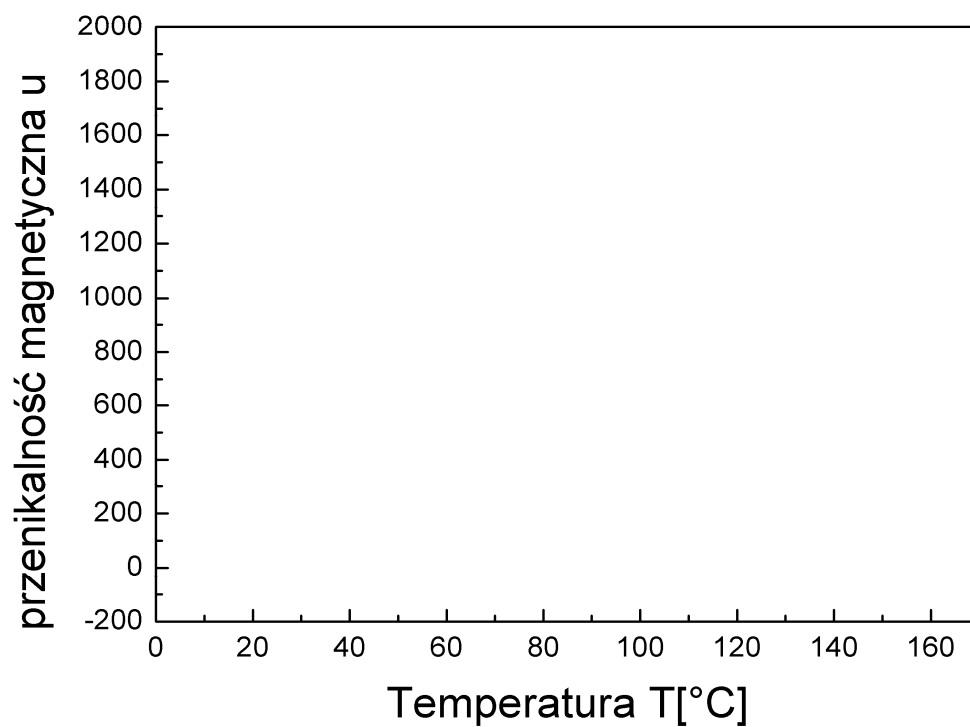
99				
100				
101				
102				
103				
104				
105				
106				
107				
108				
109				
110				
111				
112				
113				
114				
115				
116				
117				
118				
119				
120				
121				
122				
123				
124				
125				
126				
127				
128				
129				
130				
131				
132				
133				
134				
135				
136				
137				
138				
139				
140				
141				
142				
143				
144				
145				
146				
147				
148				
149				
150				
151				

152				
153				
154				
155				
156				
157				
158				
159				
160				

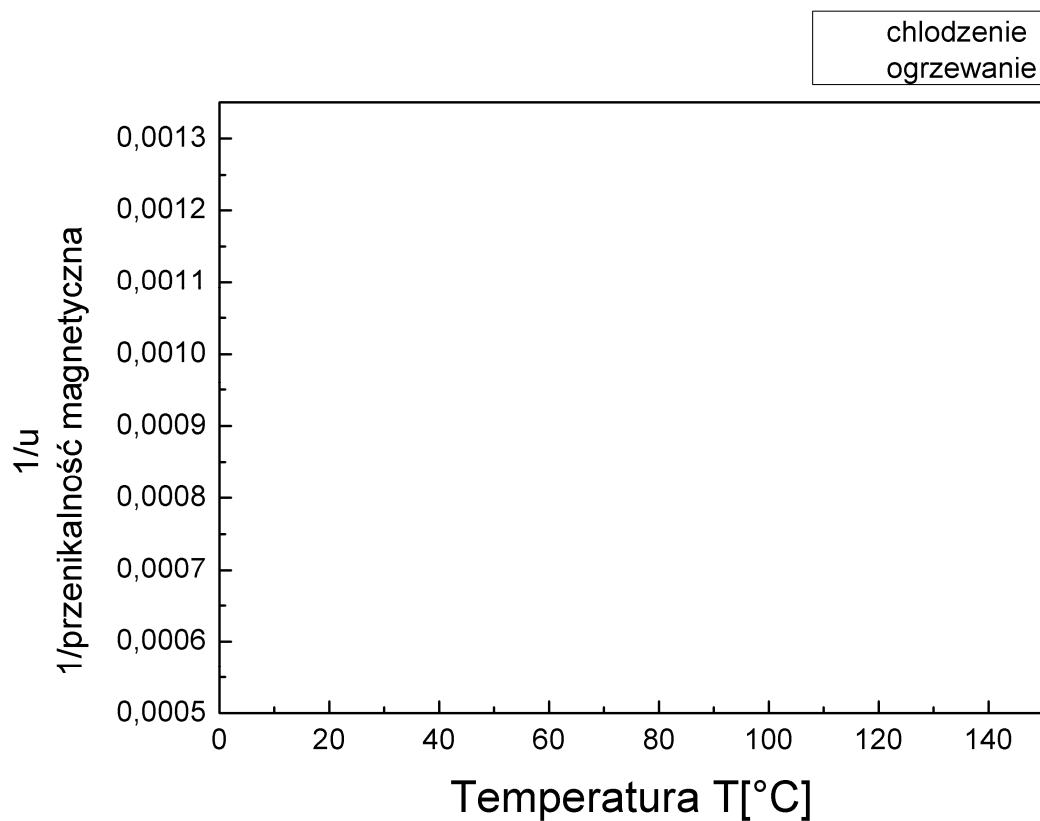
3. Sporządź wykresy:



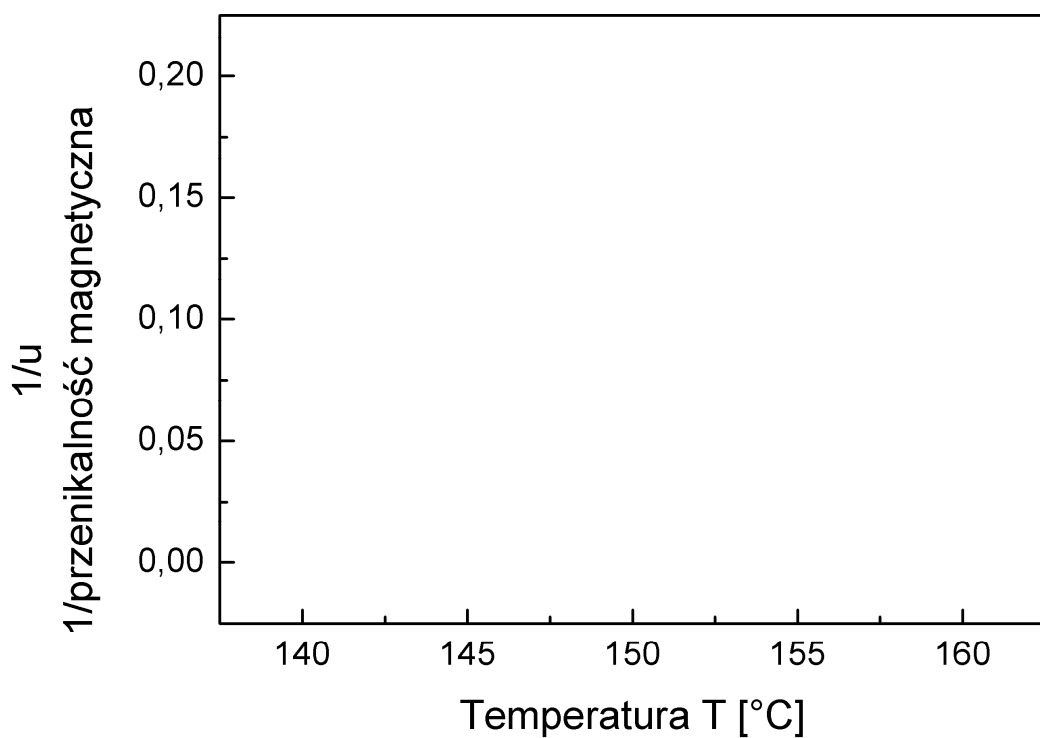
Rys.3. Wykres zależności przenikalności magnetycznej  $\mu$  od temperatury (ogrzewanie).



Rys.4. Wykres zależności przenikalności magnetycznej  $\mu$  od temperatury (chłodzenie)



Rys.5. Wykresy zależności odwrotności przenikalności magnetycznej  $1/\mu$  od temperatury dla temperatury niższej od temperatury Curie dla procesów ogrzewania i chłodzenia.



Rys.6. Wykres zależności odwrotności przenikalności magnetycznej  $1/\mu$  od temperatury dla temperatury wyższej od temperatury Curie dla procesu ogrzewania wraz z dopasowaniem

## **5. Wyniki.**

Dla wykresu z rys. 6 dla temperatur odpowiadających fazie paramagnetycznej (powyżej punktu Curie) wykonaj dopasowanie linią prostą i odczytaj wartość temperatury Curie. Stała Curie wynosi 116,536.